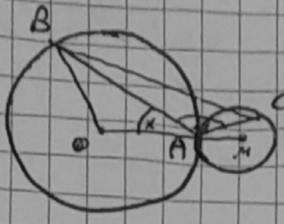
2.א
5



(א) ΔOAB

$$\frac{OA}{\sin x} = \frac{AB}{\sin(180-2x)}$$

$$AB = \frac{OA\sin 2A}{\sin x} = 2r_1\cdot\cos x$$

$$\frac{AM}{\sin(180-\alpha-x)} = \frac{AC}{\sin(2\alpha+2x-180)} \quad \Delta AMC$$

$$AC = \frac{-AM\sin(2\alpha+2x)}{\sin(\alpha+x)} = -2r_2\cos(\alpha+x)$$

נחשב שטח משולש ABC לפי הנוסחה $\frac{ab\sin\gamma}{2}$ ונקבל

$$S_{ABC} = \frac{AB\cdot AC\cdot\sin\alpha}{2} = \frac{-4r_1r_2\cos x\cos(\alpha+x)\sin\alpha}{2} = -2r_1r_2\cos x\cos(\alpha+x)$$

(ב) נגזור לפי x

$$S' = 2r_1r_2\sin x\cos(\alpha+x)\sin\alpha + 2r_1r_2\cos x\sin(\alpha+x)\sin\alpha$$

$$0 = 2r_1r_2\sin\alpha\left[\cos(\alpha+x)\sin x + \sin(\alpha+x)\cos x\right]$$

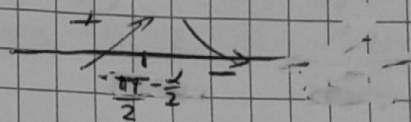
$$0 = 2r_1r_2\sin\alpha\sin(2x+\alpha)$$

$$\downarrow$$

$$\sin(2x+\alpha)=0$$

$$2x+\alpha = \pi k$$

$$\boxed{x = -\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi k}{2}}$$



$$x = \frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}$$
(מקסימום)

מכיוון שמדובר במשולשים
נתון $\pi > \alpha > 0$

$$S(\pi-2\alpha) = -2r_1r_2\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}\right)\sin\alpha = 2r_1r_2\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2}\sin\alpha$$

$$= 2r_1r_2\sin^2\frac{\alpha}{2}\sin\alpha$$

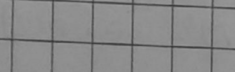
(ג) נגזור את הביטוי שקיבלנו לפי α.

$$\alpha: 2r_1r_2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\alpha + 2r_1r_2\sin^2\frac{\alpha}{2}\cos\alpha = 2r_1r_2\sin\alpha\sin\alpha + 2r_1r_2\sin^2\frac{\alpha}{2}\cos\alpha$$

$$= 2r_1r_2\sin\frac{\alpha}{2}\left(\sin\alpha\cos\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}\cos\alpha\right) = 2r_1r_2\sin\frac{\alpha}{2}\sin\left(\frac{3\alpha}{2}\right)$$

נשווה ל-0 ונקבל $\frac{\alpha}{2} = \pi k$, $\alpha = 2\pi k$ לא אפשרי

$$\frac{3\alpha}{2} = \pi k$$
$$\alpha = \frac{2\pi k}{3}$$



מקסימום

$$\boxed{\alpha = \frac{2\pi}{3}}$$