$\underline{2.58}$
$\underline{3}$

א) $f' = \dfrac{(2x+a)(x^2-1)-2x(x^2+ax+a)}{(x^2-1)^2}$

$= \dfrac{\cancel{2x^3}-2x+ax^2-a-\cancel{2x^3}-2x^2a-2xa}{(x^2-1)^2}$

$= \dfrac{-x^2a-2x(1+a)-a}{(x^2-1)^2}$

כדי שיהיו 2 נק' קיצון נדרוש שהנגזרת תתאפס פעמיים (ומחליף סימן) $a \neq 0,\ \Delta > 0$

$4(1+a)^2-4a^2 > 0$

$8a+4 > 0$

$\boxed{0 \neq a > -\frac{1}{2}}$

עבור $a=-\frac{1}{2}$ נקבל $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}=0$

$x^2-x+1=0$

ואין פתרון למשוואה הזאת

לכן עבור $a \leq -\frac{1}{2}$ אין נק' קיצון

עבור $a=0$ נקבל נק' קיצון ותודה (המונה מתאפס בנק' אחת ומחליף סימן)

ב) $f = \dfrac{x^2+4x+4}{x^2-1}$

(1) $x \neq \pm 1$

(2) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x^2+4x+4}{x^2-1} = \dfrac{9}{+0} = \infty$, $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{9}{-0} = -\infty \to \boxed{x=1}$

$\lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{x^2+4x+4}{x^2-1} = \dfrac{1}{-0} = -\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^-} \dfrac{1}{+0} = \infty \to \boxed{x=-1}$

$m = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+4x+4}{x(x^2-1)} = 0$ $\quad n = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+4x+4}{x^2-1} = 1 \to \boxed{y=1}$

בצורה כזה עבור $x\to-\infty$

(3) $f(0)=-4 \quad (0,-4)$

$0 = \dfrac{x^2+4x+4}{x^2-1} = \dfrac{(x+2)^2}{x^2-1} \to x=-2 \quad (-2,0)$

(4-5) $f' = \dfrac{(2x+4)(x^2-1)-2x(x^2+4x+4)}{(x^2-1)^2} = \dfrac{\cancel{2x^3}-2x+4x^2-4-\cancel{2x^3}-8x^2-8x}{(x^2-1)^2} = \dfrac{-4x^2-10x-4}{(x^2-1)^2}$

$0 = 2x^2+5x+2 \to \begin{matrix} x=-2 \\ x=-\frac{1}{2} \end{matrix}$

-3	-2	$-1\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0	1	2
-	0	+		+	0	-		-
↘	min	↗		↗	max	↘		↘

עולה: $-1 < x < -\frac{1}{2}$
$-2 < x < -1$

יורדת: $-\frac{1}{2} < x < 1,\ x > 1$
$x < -2$

$\min(-2,0)$
$\max(-\frac{1}{2},-3)$