1.40_4:

$$1^3+2^3+3^3+\dots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4} \qquad 1\le n \qquad (א$$

$$1^3=\frac{1^2(1+1)^2}{4} \qquad n=1$$

$$1\overset{?}{=}1$$

$$n+1$$

חילוק תוצ' ב- $(n+1)^2$

$$\underbrace{1^3+2^3+3^3+\dots+n^3}+(n+1)^3=\frac{(n+1)^2\cdot(n+2)^2}{4}$$

$$/:(n+1)^2 \qquad \frac{n^2(n+1)^2}{4}+(n+1)^3=\frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}$$

$$4\cdot/ \qquad \frac{n^2}{4}+n+1=\frac{(n+2)^2}{4}$$

$$n^2+4n+4\overset{?}{=}n^2+4n+4$$

(ב

$$S_1=1^3+3^3+5^3+\dots+(2n-1)^3$$

$$S_2=2^3+4^3+6^3+\dots+(2n)^3$$

נכפיל ב- 2^3, כדי שיצאו כל המספרים זוגיים

$$2^3\cdot/ \qquad 1^3+2^3+3^3+\dots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

$$S_2=2^3+4^3+6^3+\dots+(2n)^3=\frac{\cancel{8}^{\,2}\,n^2(n+1)^2}{\cancel{4}}$$

$$S_2=2^3+4^3+6^3+\dots+(2n)^3=2n^2(n+1)^2$$

נחשב את הסכום הכללי עד 2n (כולל זוגיים)

$$S_{2n}=1^3+2^3+3^3+\dots+(2n)^3=\frac{(2n)^2(1+2n)^2}{4}$$

$$=\underbrace{2^3+4^3+\dots+(2n)^3}_{S_2}+\underbrace{1^3+3^3+\dots+(2n-1)^3}_{S_1}=\frac{4n^2(1+2n)^2}{4}$$

הסכום הכללי שווה לסכום כל הזוגיים ועוד סכום כל האי זוגיים

$$S_2+S_1=S_{2n}$$

$$S_1=S_{2n}-S_2$$

$$S_1=n^2(1+2n)^2-2n^2(n+1)^2$$

$$=n^2\left[(1+2n)^2-2(n+1)^2\right]$$

$$=n^2\left[1+4n+4n^2-2(n^2+2n+1)\right]$$

$$=n^2\left[1+4n+4n^2-2n^2-4n-2\right]$$

$$\boxed{\begin{aligned}S_1&=n^2\left[2n^2-1\right]\\ S_2&=2n^2(n+1)^2\end{aligned}}$$