1.1.13 ז1

$x^{2\log^3 x - 1.5\log x} > \sqrt{10} = x^{\log_x \sqrt{10}}$

תחום הגדרה: $x>0$

$x>1$

$2\log^3 x - 1.5\log x > \log_x \sqrt{10}$

$2\log^3 x - 1.5\log x > \frac{1}{\log_{\sqrt{10}} x}$

$2\log^3 x - 1.5\log x > \frac{1}{2\log x}$ $\quad / \cdot \log x > 0$

$2\log^4 x - 1.5\log^2 x > \frac{1}{2}$ $\quad / \cdot 2$

$4\log^4 x - 3\log^2 x - 1 > 0$

$\log^2 x = t$ נסמן

$4t^2 - 3t - 1 > 0$

$t > 1$ או $t < -\frac{1}{4}$

$\log^2 x > 1$

$\log x > 1$ → $x > 10$

$\log x < -1$ → $x < \frac{1}{10}$ לא מתאים לתחום

$0<x<1$

$2\log^3 x - 1.5\log x < \log_x \sqrt{10}$

$2\log^3 x - 1.5\log x < \frac{1}{2\log x}$ $\quad / \cdot 2\log x < 0$

$4\log^4 x - 3\log^2 x > 1$

$\log^2 x = t$

$4t^2 - 3t - 1 > 0$

$t > 1$ או $t < -\frac{1}{4}$

$\log^2 x > 1$ $\qquad \log^2 x < -\frac{1}{4}$ $\quad \emptyset$

$\log x > 1$, $x > 10$ סתירה

$\log x < -1$ → $x < \frac{1}{10}$

לסיכום: $0 < x < \frac{1}{10}$

$\log^2 x < -\frac{1}{4}$

$\emptyset$

איחוד עם תחום נותן: $0 < x < \frac{1}{10}$ או $x > 10$

1.1.13 ז4

$\log_{x-4} 3 + \log_{2x-7} 3 \le 0$

תחום הגדרה:

$5 \ne x > 4 \Leftarrow 1 \ne x-4 > 0$

$4 \ne x > 3\frac{1}{2} \Leftarrow 1 \ne 2x-7 > 0$

לסיכום: $5 \ne x > 4$

$\frac{\log 3}{\log(x-4)} + \frac{\log 3}{\log(2x-7)} \le 0$

$\log 3 \left(\frac{1}{\log(x-4)} + \frac{1}{\log(2x-7)}\right) \le 0$

$\frac{1}{\log(x-4)} \le \frac{-1}{\log(2x-7)} = \frac{1}{-\log(2x-7)} = \frac{1}{\log\left(\frac{1}{2x-7}\right)}$

מצב של המכנה $x=5$

$x-4 \ge \frac{1}{2x-7}$

$0 \ge \frac{-2x^2+15x-27}{2x-7} = \frac{-2(x-4\frac{1}{2})(x-3)}{2(x-3\frac{1}{2})}$

(+ , − , + , − , + on the number line: 3, $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, 5)

$3 \le x < 3\frac{1}{2}$ או $5 > x \ge 4\frac{1}{2}$

לסיכום אחרי תחום: $4\frac{1}{2} \le x < 5$