1.116
4

(א)
$$\begin{cases} \dfrac{\sqrt[3]{x}}{2y} + \dfrac{y}{\sqrt[3]{x}} = \dfrac{3}{2} \\ (xy)^{\sqrt[3]{x^2+1}} = \left(\dfrac{x}{y^{-1}}\right)^{2y} \end{cases}$$

תחום הגדרה
$y, x \neq 0$
$xy > 0$

נסמן $A = \dfrac{\sqrt[3]{x}}{y}$

$\dfrac{A}{2} + \dfrac{1}{A} = \dfrac{3}{2} \quad / \cdot 2A$

$A^2 - 3A + 2 = 0$

$A = 2 \rightarrow 2 = \dfrac{\sqrt[3]{x}}{y} \rightarrow 8y^3 = x$

$A = 1 \rightarrow 1 = \dfrac{\sqrt[3]{x}}{y} \rightarrow y^3 = x$

נציב במשוואה השניה!
$x = 8y^3$

$(8y^3 y)^{\sqrt[3]{64y^6+1}} = \left(\dfrac{8y^3}{y^{-1}}\right)^{2y}$

$(8y^4)^{\sqrt[3]{64y^6+1}} = (8y^4)^{2y} \rightarrow \sqrt[3]{64y^6+1} = 2y \rightarrow 64y^6+1 = 8y^3$

פתרון ראשון:
$64A^2 - 8A + 1 = 0 \rightarrow \phi$

פתרון שני: הבסיס שווה 1 ← $8y^4 = 1$

$\boxed{y = \pm\sqrt[4]{\frac{1}{8}} \rightarrow x = \pm 8\sqrt[4]{\left(\frac{1}{8}\right)^3} = \pm\sqrt[4]{8}}$

נציב $y^3 = x$

$(y^3 \cdot y)^{\sqrt[3]{y^6+1}} = \left(\dfrac{y^3}{y}\right)^{2y}$

$\sqrt[3]{y^6+1} = 2y \rightarrow y^6 + 1 = 8y^3$

פתרון ראשון

$A^2 - 8A + 1 = 0$

$A = \dfrac{8 \pm \sqrt{60}}{2} = 4 \pm \sqrt{15}$

פתרון שני הבסיס שווה 1

$y = \pm 1 \Leftarrow y^4 = 1$
$x = \pm 1$

(ב)

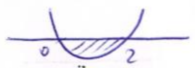
$\dfrac{2^{x^2}}{4^x} > \dfrac{3^{x^2}}{9^x}$

$\dfrac{2^{x^2}}{3^{x^2}} > \dfrac{4^x}{9^x}$

$\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x^2} > \left(\dfrac{2}{3}\right)^{2x}$

$x^2 < 2x$

$x(x-2) < 0$



$\boxed{0 < x < 2}$