1.9.1
ב'4

$$\log_{4x}(2x) - \log_{2x^2}(4x^2) \ge -\frac{3}{2}$$

תחום הגדרה

$2x>0$
$1\ne 4x>0$
$1\ne 2x^2>0$
$4x^2>0$

$\leftarrow\ 0<x\ne \frac{1}{4},\ \sqrt{\frac{1}{2}}$

נעבור לבסיס משותף $2x$

$$\frac{\log_{2x}(2x)}{\log_{2x}(4x)} - \frac{\log_{2x}(4x^2)}{\log_{2x}(2x^2)} \ge -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\log_{2x}(2x)+\log_{2x}(2)} - \frac{2}{\log_{2x}(2x)+\log_{2x}(x)} \ge -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{1+\frac{1}{\log_2(2x)}} - \frac{2}{1+\frac{1}{\log_x(2x)}} \ge -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{1+\frac{1}{\log_2 2+\log_2 x}} - \frac{2}{1+\frac{1}{\log_x(2)+\log_x(x)}} \ge -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\log_2 x}} - \frac{2}{1+\frac{1}{\log_x(2)+1}} \ge -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\frac{1+\log_2 x+1}{1+\log_2 x}} - \frac{2}{\frac{\log_x(2)+1+1}{\log_x(2)+1}} \ge -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1+\log_2 x}{2+\log_2 x} - \frac{2\log_x 2+2}{\log_x 2+2} \ge -\frac{3}{2}$$

נסמן $\log_2 x = t$

$$-\frac{3}{2} \le \frac{1+t}{2+t} - \frac{\frac{2}{t}+2}{\frac{1}{t}+2}$$

$$-\frac{3}{2} \le \frac{1+t}{2+t} - \frac{\frac{2+2t}{\cancel{t}}}{\frac{1+2t}{\cancel{t}}} = \frac{1+t}{2+t} - \frac{2+2t}{1+2t}$$

$$0 \le \frac{3}{2} + \frac{1+t}{2+t} - \frac{2+2t}{1+2t} = \frac{6t^2+15t+6+4t^2+6t+2-4t^2-12t-8}{2(2+t)(1+2t)}$$

$$0 \le \frac{6t^2+9t}{2(2+t)(1+2t)} = \frac{6t(t+1.5)}{2(2+t)(1+2t)}$$

$+ \quad - \quad + \quad - \quad +$
$-2 \quad -1\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad 0$

$t \ge 0$
$-1\frac{1}{2} < t < -\frac{1}{2}$
$t \le -2$

$\boxed{x \ge 1} \leftarrow \log_2 x \ge 0$

$\boxed{\frac{1}{2\sqrt{2}} < x < \frac{1}{\sqrt{2}}} \leftarrow -1\frac{1}{2} < \log_2 x < -\frac{1}{2}$

$\boxed{x \le \frac{1}{4}} \leftarrow \log_2 x \le -2$

כולם מתאימים לתחום ההגדרה ולכן זו התשובה.

נאחד את תחום ההגדרה ונקבל

$$\boxed{\begin{gathered} x \ge 1 \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} < x < \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 < x < \frac{1}{4} \end{gathered}}$$