

2.79
21

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3} + \frac{4}{x^4} + \frac{2}{x^5} + \frac{3}{x^6} + \dots = \frac{1}{x-1}$$

($\frac{1}{x} + \frac{4}{x^4} + \frac{1}{x^7} + \dots$) + ($\frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^5} + \dots$) + ($\frac{3}{x^3} + \frac{3}{x^6} + \dots$) = $\frac{1}{x-1}$

יש לנו מספרים הכוללים את $\frac{1}{x^3}$ והוא נמצא גם ב-1 וגם ב-2 וגם ב-3. לכן נפרק את המונה ל-3 חלקים.

$$\frac{1}{x-1} = \frac{\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x^3}} + \frac{\frac{2}{x^2}}{1-\frac{1}{x^3}} + \frac{\frac{3}{x^3}}{1-\frac{1}{x^3}}$$

$$\frac{1}{x-1} = \frac{x^2}{x(x^3-1)} + \frac{2x^3}{x^2(x^3-1)} + \frac{3x^3}{x^3(x^3-1)}$$

$$\frac{1}{x-1} = \frac{x^5 + 2x^4 + 3x^3}{x^3(x^3-1)} = \frac{x^3(x^2 + 2x + 3)}{x^3(x^3-1)}$$

$$\frac{1}{x-1} = \frac{x^2 + 2x + 3}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + 1 &= x^2 + 2x + 3 \\ \underline{-2 = x} \end{aligned}$$