2.20
3

א.
$$z^3=1=cis\,0$$
$$z_k=cis\left(\frac{0+360k}{3}\right)=cis(120k)\qquad k=0,1,2$$

ניקח פתרון ונסמן אותו ב-a. a^n נותן $cis(120kn)$
נשים לב שהזויות האפשריות הן כפולות של 120 ($0,120,240$)
ולכן a^n שווה לפתרונות המשוואה (א).

ב.
$$z^3-1=0$$
$$z^3+0\cdot z^2+0\cdot z-1=0$$

עפ"י נוסחאות וייטה סכום השורשים שווה ל $-\frac{a_{n-1}}{a_n}$, במקרה שלנו $-\frac{0}{1}=0$.

ג. נעביר את אגף שמאל לצורה טריגונומטרית

$$r=\sqrt{(1+\cos\alpha)^2+\sin^2\alpha}=\sqrt{1+2\cos\alpha+\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}=\sqrt{2+2\cos\alpha}=$$
$$=\sqrt{2(1+\cos\alpha)}=\sqrt{2\cdot 2\cos^2\frac{\alpha}{2}}=2\cos\frac{\alpha}{2}$$

$$\tan\theta=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\tan\frac{\alpha}{2}\rightarrow\boxed{\theta=\frac{\alpha}{2}}$$

רביע ראשון (α חדה)

$$(1+\cos\alpha+i\sin\alpha)^n=\left(2\cos\frac{\alpha}{2}\,cis\frac{\alpha}{2}\right)^n=2^n\cos^n\frac{\alpha}{2}\,cis\left(n\frac{\alpha}{2}\right)=$$
$$=2^n\cos^n\frac{\alpha}{2}\left(\cos\left(n\frac{\alpha}{2}\right)+i\sin\left(n\frac{\alpha}{2}\right)\right)$$