

## מבחן אמצע סמסטר א' במתמטיקה

### הנחיות לנבחן

- א. משך הבחינה 3 שעות. אין לצאת ב- 45 הדקות האחרונות של הבחינה.  
 ב. יש לפתור את כל השאלות.  
 ג. בכל שאלה חובה למצוא את כל התשובות. חובה לנמק כל תשובה ולפשטה ככל הניתן.  
 ד. כל משפט שנעשה בו שימוש, שאינו הוכח בכיתה, חייב ניסוח מלא.

### שאלה 1 - 16%

- O - נקודה פנימית כלשהי במשולש ABC. E - אמצע AB, F - אמצע AO, G - אמצע AC, H - אמצע OC, K - אמצע BC, L - אמצע BO. הוכח:  
 א. 8% EGHK מקבילית.  
 ב. 8% במשושה EFGHKL שלושת האלכסונים FK, EH, LG נחתכים בנקודה אחת.

### שאלה 2 - 16%

פשט: 
$$\frac{(x-4)^2}{x-2} : \left[ \frac{80x}{x^3-8} + \frac{2x}{x^2+2x+4} - \frac{x-16}{2-x} \right] - \frac{x^2-x+16}{x-4}$$

### שאלה 3 - 16%

$$\begin{cases} x+3|y|=2 \\ 2x+|y|=m \end{cases} \quad \text{נתונה מערכת משוואות}$$

מצא בשתי דרכים שונות, עבור אילו ערכים של  $m$  למערכת פתרון אחד:

8% (1 פתרון גרפי. 8% (2 פתרון אלגברי

### שאלה 4 - 18%

- נתון שפולינום  $P(x) = 2x^4 - 3x^3 - a \cdot x^2 - 2x + 24$  מתחלק ב-  $(x-1)$  ללא שארית ו-  $P(4) = 0$   
 א. 9% מצא את הפרמטר  $a$   
 ב. 9% פרק את  $P(x)$  לגורמים. (ללא ניחוש)

### שאלה 5 - 16%

- עבור אילו ערכים של  $m$  למערכת משוואות 
$$\begin{cases} (m+2)x - y = 1 \\ 2(m-1)x + my = 3 \end{cases}$$
 יש פתרון ברביע הרביעי.

### שאלה 6 - 18%

- במשולש שווה צלעות ABC בוחרים נקודות E על BC ( $E \in BC$ ), D על AB ( $D \in AB$ ), F על AC ( $F \in AC$ ) כך ש-  $AD = BE = CF < \frac{1}{2}AB$ .  
 $AE \cap CD = K$ ,  $AE \cap BF = L$ ,  $BF \cap DC = M$  (נקודות החיתוך בין הקטעים AE, BF, CD). הוכח:  
 א. 9% המשולשים ADK, BEL, CFM חופפים. (מספיק להוכיח  $\triangle ADK \cong \triangle CFM$ )  
 ב. 9% משולש KLM שווה צלעות.

## בהצלחה!

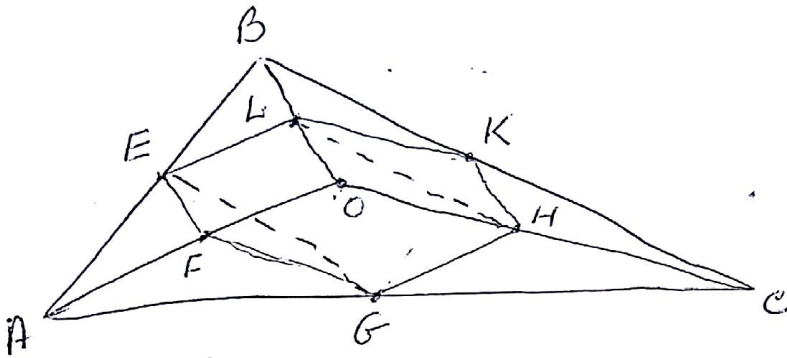
נוסחאות:  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ,  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ ,  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

1/12-2017

י"ב י"ג י"ד י"ה י"ו י"ז י"ח י"ט

1 = 8100



$EL = \frac{1}{2}AO$ ,  $EL \parallel AO \Leftarrow$  מ'ב'נ"ק י"ב"ג  $EL \Leftarrow \Delta AOB$  כ"ב

$HG = \frac{1}{2}AO$ ,  $HG \parallel AO \Leftarrow$  מ'ב'נ"ק י"ב"ג  $HG \Leftarrow \Delta AOC$

$EL \parallel GH$ ,  $EL = GH$  :  $EGHL$  י"ב"ג כ"ב

י"ב"ג  $EGHL$  י"ב"ג כ"ב  $LG \perp EH$  כ"ב  
מ'ב'נ"ק י"ב"ג  $LG \perp EH$  כ"ב

י"ב"ג  $LKGF$  י"ב"ג כ"ב

י"ב"ג  $EH \perp FK$  כ"ב

מ'ב'נ"ק י"ב"ג  $EH, FK, LG$  כ"ב  $EH, FK, LG$  כ"ב

י"ב"ג  $EH, FK, LG$  כ"ב 2 = 8100

$$\frac{80x}{x^3-8} + \frac{2x}{x^2+2x+4} - \frac{x-16}{2-x} =$$

$$\frac{80x}{(x-2)(x^2+2x+4)} + \frac{2x}{x^2+2x+4} + \frac{x-16}{x-2} = \frac{80x + 2x(x-2) + (x-16)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)} =$$

$$= \frac{80x + 2x^2 - 4x + x^3 + 2x^2 + 4x - 16x^2 - 32x - 64}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \frac{x^3 - 12x^2 + 48x - 64}{(x-2)(x^2+2x+4)} =$$

$$= \frac{(x-4)^3}{(x-2)(x^2+2x+4)}$$

י"ב"ג י"ג י"ד י"ה י"ו י"ז י"ח י"ט

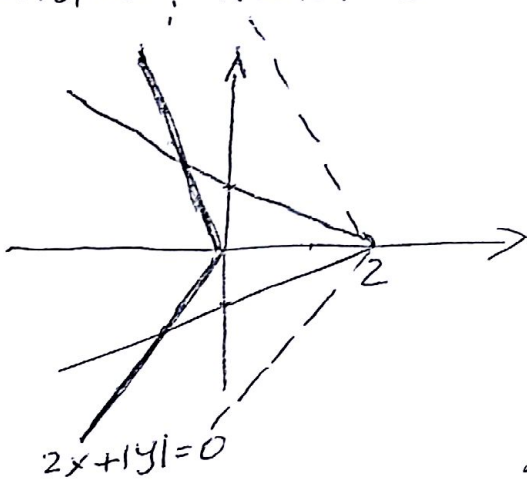
$$\frac{(x-4)^2}{x-2} : \frac{(x-4)^3}{(x-2)(x^2+2x+4)} - \frac{x^2-x+16}{x-4} =$$

$$\frac{(x-4)^2(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x-4)^3} - \frac{x^2-x+16}{x-4}$$

$$= \frac{x^2+2x+4}{x-4} - \frac{x^2-x+16}{x-4} = \frac{3x-12}{x-4} = 3.$$

3 = f(x)

2x+19=0 ! x+3|y|=2 ו' כ' 3 = f(x) = x+16



מ' כ' 3 = f(x) = x+16  
 כ' כ' 3 = f(x) = x+16  
 2x+19=0  
 1=8, y=0 ! x=2  
 2\*2+0=m, m=4

כ' כ' 3 = f(x) = x+16

$$\begin{cases} x+3|y|=2 & (-2) \\ 2x+19=0 & m \end{cases}$$

כ' כ' 3 = f(x) = x+16  
 -19= m-4

כ' כ' 3 = f(x) = x+16  
m=4 כ' כ' 3 = f(x) = x+16

4 = f(x)

כ' כ' 3 = f(x) = x+16

$$P(1) = 2 - 3 - a - 2 + 24 = 0$$

$$a = 21$$

כ' כ' 3 = f(x) = x+16

$$P(x) = 2x^4 - 3x^3 - 21x^2 - 2x + 24$$

כ' כ' 3 = f(x) = x+16

$$\begin{array}{r} 2x^4 - 3x^3 - 21x^2 - 2x + 24 \quad | \quad x^2 - 5x + 4 \\ \underline{2x^4 - 10x^3 + 8x^2} \phantom{- 2x + 24} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7x^3 - 29x^2 \\ \underline{7x^3 - 35x^2 + 28x} \\ 6x^2 - 30x \\ \underline{6x^2 - 30x + 24} \\ 0 \end{array}$$

א' נרצה לפרק  $2x^2 + 7x + 6$  לריבועים

$$2x^2 + 7x + 6 = 2x^2 + 4x + 3x + 6 = 2x(x+2) + 3(x+2) = (x+2)(2x+3)$$

$$P(x) = (x-1)(x-4)(x+2)(2x+3) \quad \Rightarrow \text{א' ב' ג' ד'}$$

5 = 5x

$$\begin{cases} (m+2)x - y = 1 \\ 2(m-1)x + my = 3 \end{cases} \quad | \cdot m$$

$$[m(m+2) - 2(m-1)]x = m+3$$

$$[m^2 + 2m - 2m + 2]x = m+3$$

$$x = \frac{m+3}{m^2+2}$$

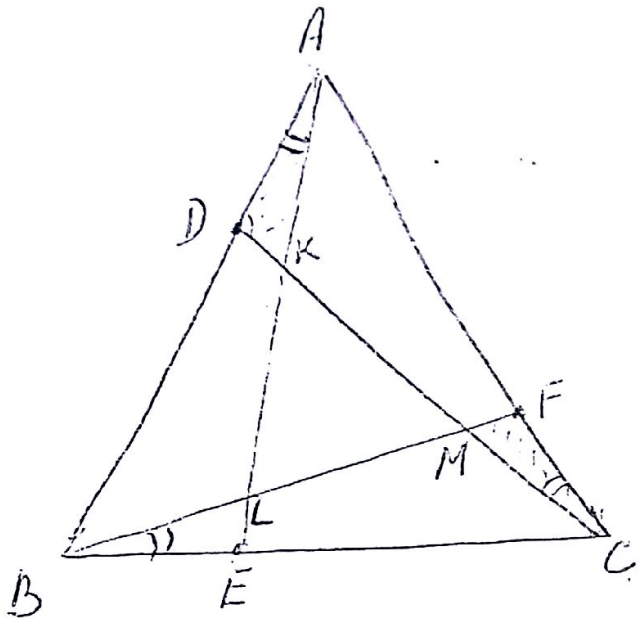
$$y = (m+2)x - 1 = \frac{(m+2)(m+3)}{m^2+2} - 1 = \frac{5m+4}{m^2+2}$$

$y < 0, x > 0$  א' ב' ג' ד' א' ב' ג' ד' א' ב' ג' ד'

$$\begin{aligned} x = \frac{m+3}{m^2+2} > 0 & \Rightarrow \begin{cases} m+3 > 0 \\ 5m+4 < 0 \end{cases} \\ y = \frac{5m+4}{m^2+2} < 0 & \end{aligned}$$

$$-3 < m < -\frac{4}{5} \quad \Rightarrow \text{א' ב' ג' ד'}$$

6 = פ'קע



פ'קע פ'קע - פ'קע פ'קע  
 פ'קע פ'קע : פ'קע פ'קע  
 $\angle B = \angle A = 60^\circ$   
 $AB = AC$   
 $BE = AD$

3.3.3 פ'קע פ'קע פ'קע  
 $\angle BAK = \angle DCA = \alpha$   
 $\angle CDA = 120^\circ - \alpha$   
 $\angle BFC = 120^\circ - \alpha$   
 פ'קע פ'קע פ'קע  
 3.3.3 פ'קע

פ'קע פ'קע  $\triangle MFC \cong \triangle DAK$

$\angle AKD = 60^\circ$  : ADK פ'קע פ'קע

$\angle AKD = 180^\circ - (120^\circ - \alpha) - \alpha = 60^\circ$

$\angle LKM = 60$

$\angle KML = 60$  פ'קע פ'קע  $\angle FMC = 60^\circ$  = פ'קע פ'קע  
 פ'קע פ'קע = פ'קע פ'קע פ'קע פ'קע