

מבחן סימולציה לקראת 21.04.15

שאלה מס' 1

$$\text{נתונה הפונקציה } y = \frac{4x^2 + x - 3}{ax^2 - 2x + b}$$

- א. ידוע כי לפונקציה הנתונה יש אסימפטוטה אופקית ב- $y = 4$ ואסימפטוטה אנכית **יחידה** ב-
 $x = 3$. מצאו את a ואת b .
- ב. עבור הערכים של a ושל b שמצאתם בסעיף א':
1. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 2. מצאו את כל האסימפטוטות של הפונקציה (משופעות, אופקיות ואנכיות), אם יש כאלה.
 3. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 4. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 5. מצאו את נקודות הקיצון המקומיות של הפונקציה.
 6. מצאו את תחומי הקמירות והקעירות של הפונקציה ואת נקודות הפיתול שלה.
- ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- ד. מצאו את השטח הכלוא בין הישר $x = 4$, הישר $x = 6$, הפונקציה והאסימפטוטה האופקית שלה.

שאלה מס' 2

$$\text{פתרו את אי השוויון: } 3 \cdot \sin x \cdot \cos x + \cos 2x > 2 + \cos^2 x - 2 \cdot \sin^2 x \quad \text{בתחום } [0, 2\pi].$$

שאלה מס' 3

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = \left| \frac{x+1}{e^{|x+2|}} \right|$$

- א. חקרו את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:
1. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 2. מצאו את כל האסימפטוטות של הפונקציה (משופעות, אופקיות ואנכיות), אם יש כאלה.
 3. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 4. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 5. מצאו את נקודות הקיצון המקומיות של הפונקציה.
 6. מצאו את תחומי הקמירות והקעירות של הפונקציה ואת נקודות הפיתול שלה.
- ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

שאלה מס' 4

- א. כמה מספרים 5-ספרתיים שספרותיהם **שוונות** ניתן לייצר מהספרות: 1, 2, 3, 4, 5, 6, אם עליהם להיות **גדולים** מהמספר 44,332?
- ב. כמה מספרים כאלה ניתן למצוא, אם הספרות 1 ו-2 לא מופיעות בתחילת המספר וגם לא בסופו?

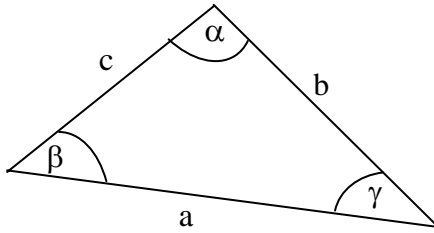
שאלה מס' 5

נתון משולש כללי שצלעותיו וזוויותיו כבשרטוט משמאל.

צ"ל: בכל משולש כזה מתקיים:

$$a^2 \cdot \sin 2\beta + b^2 \cdot \sin 2\alpha = 2S$$

כאשר S שטח המשולש.



שאלה מס' 6

מצאו את מקדם האיבר ab^2 בפיתוח הבינום $\left(\sqrt{\frac{b^2}{a}} + 10\sqrt{\frac{a^7}{b^6}}\right)^n$?

שאלה מס' 7

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + ax - 9}{x^2 - 4}$

א. עבור אילו ערכים של a יש לפונקציה נקודת קיצון יחידה?

ב. עבור $a = 2$, חקרו את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:

1. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 2. מצאו את כל האסימפטוטות של הפונקציה (משופעות, אופקיות ואנכיות), אם יש כאלה.
 3. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 4. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 5. מצאו את נקודות הקיצון המקומיות של הפונקציה.
 6. מצאו את תחומי הקמירות והקעירות של הפונקציה ואת נקודות הפיתול שלה.
- ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה עבור $a = 2$.

בהצלחה



1

$$y = \frac{4x^2 + x - 3}{ax^2 - 2x + b}$$

172/10
 $y = 4 \Rightarrow \frac{4}{a} = 4 \Rightarrow \boxed{a = 1}$

$$\frac{4(x-3) + 9}{x-3} = \frac{4x-3}{x-3}$$

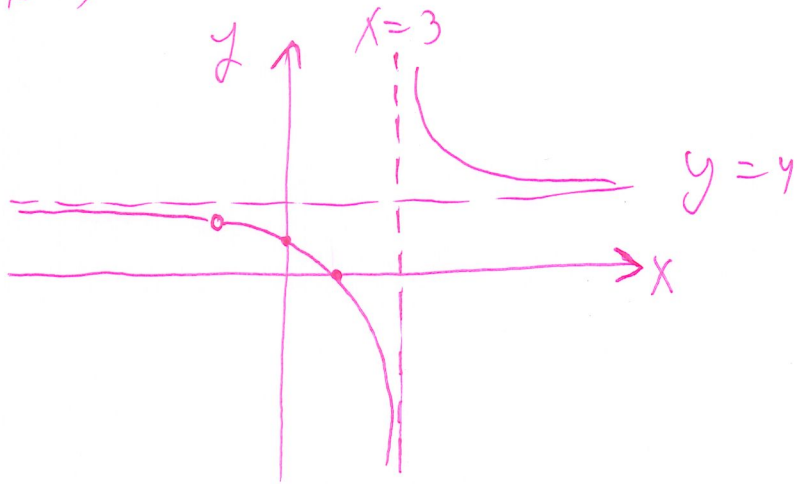
$$\begin{aligned} & \rightarrow 4x^2 + 4x - 3x - 3 \\ & 4x(x+1) - 3(x+1) \\ & (x+1)(4x-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + b & \Rightarrow x = 3 \Rightarrow 9 - 6 + b = 0 \\ & \text{rest} \\ & \boxed{b = -3} \\ x^2 - 2x - 3 \\ (x-3)(x+1) \end{aligned}$$

$$y = \frac{(x+1)(4x-3)}{(x+1)(x-3)} = \frac{4x-3}{x-3}$$

$$\left(-1, \frac{+7}{4}\right) \text{ 1/1}$$

$(0, 1)$
 $(\frac{3}{4}, 0)$



3 2/1
 6 2/2
 4 1/1
 1 2/2 2/2
 x > 3 : V
 x < 3 : D

$$\int_4^6 \frac{4x-3}{x-3} - 4 = \int_4^6 \frac{9}{x-3}$$

$$\begin{aligned} & 9 \ln|x-3| \Big|_4^6 \\ & 9 \ln 3 - 9 \ln 1 \\ & \boxed{9 \ln 3} \end{aligned}$$

②

$$0 < x < 2\pi$$

$$3 \sin x \cos x + \cos^2 x > 2 + \cos^2 x - 2 \sin^2 x$$

$$2 + \cos^2 x - \sin^2 x - \sin^2 x$$

$$3 \sin x \cos x + \sin^2 x - 2 > 0 \quad /: \cos^2 x$$

$$\frac{3 \sin x \cos x}{\cos^2 x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - 2 \left(\frac{1}{\cos^2 x} \right) > 0$$

$$3 \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x - 2(1 + \operatorname{tg}^2 x) > 0$$

$$3 \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x - 2 - 2 \operatorname{tg}^2 x > 0$$

$$-\operatorname{tg}^2 x + 3 \operatorname{tg} x - 2 > 0$$

$$\operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x + 2 < 0$$

$$(\operatorname{tg} x - 2)(\operatorname{tg} x - 1) < 0$$



$$1 < \operatorname{tg} x < 2$$

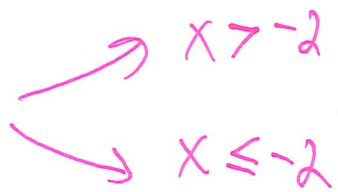
$$\left(\frac{\pi}{4}\right) 45^\circ < x < \operatorname{arctg} 2$$

$$\frac{5\pi}{4} < x < \operatorname{arctg} 2 + \pi$$

③

$$y = \left| \frac{x+1}{e^{|x+2|}} \right|$$

$$y = \frac{x+1}{e^{|x+2|}}$$



$$y = \frac{x+1}{e^{x+2}} \quad (-2, -1)$$

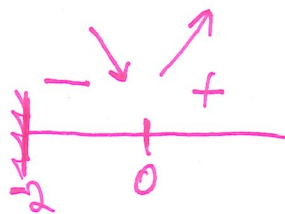
$$y = -\frac{x+1}{e^{-x-2}} \quad (-2, -1)$$

$$(x+1)e^{x+2}$$

$$y = \frac{x+1}{e^{x+2}} \quad (0, \frac{1}{e^2}) \quad (-1, 0)$$

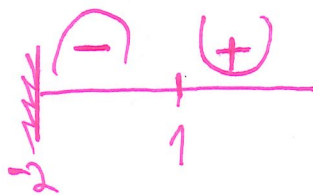
$$y' = \frac{1(e^{x+2}) - e^{x+2}(x+1)}{(e^{x+2})^2} = \frac{-x}{e^{x+2}}$$

$$(0, \frac{1}{e^2})$$

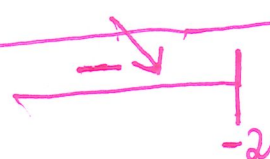


$y=0$
N/C/W Mark

$$y'' = \frac{x-1}{e^{x+2}} \quad (1, \frac{2}{e^3})$$

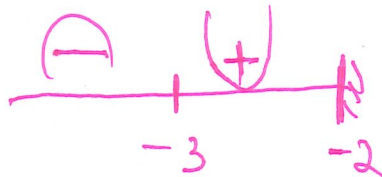


$$y = (x+1)e^{x+2} \quad \dots \quad y' = (x+2)e^{x+2} \quad (-2, -1)$$

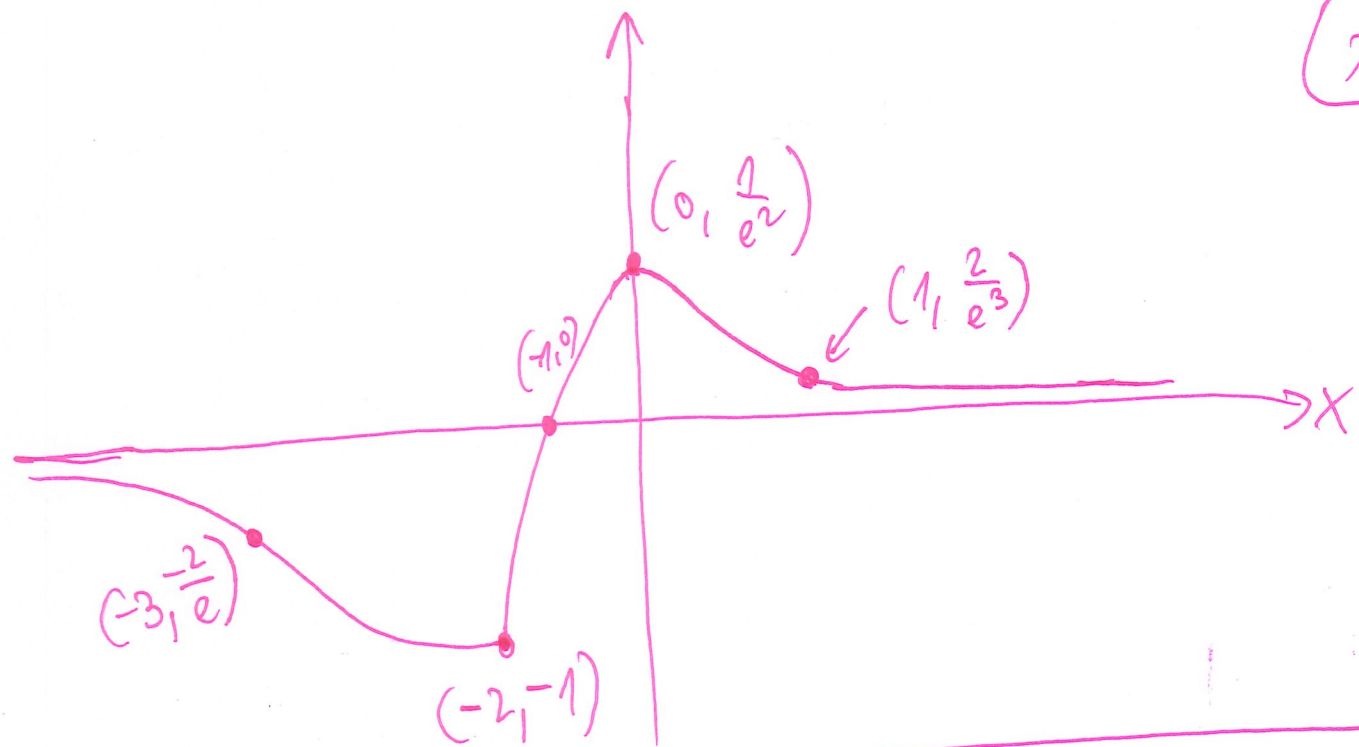


$y=0$
N/C/W Mark

$$y'' = (x+3)e^{x+2} \quad (-3, -\frac{2}{e})$$



שק"ת

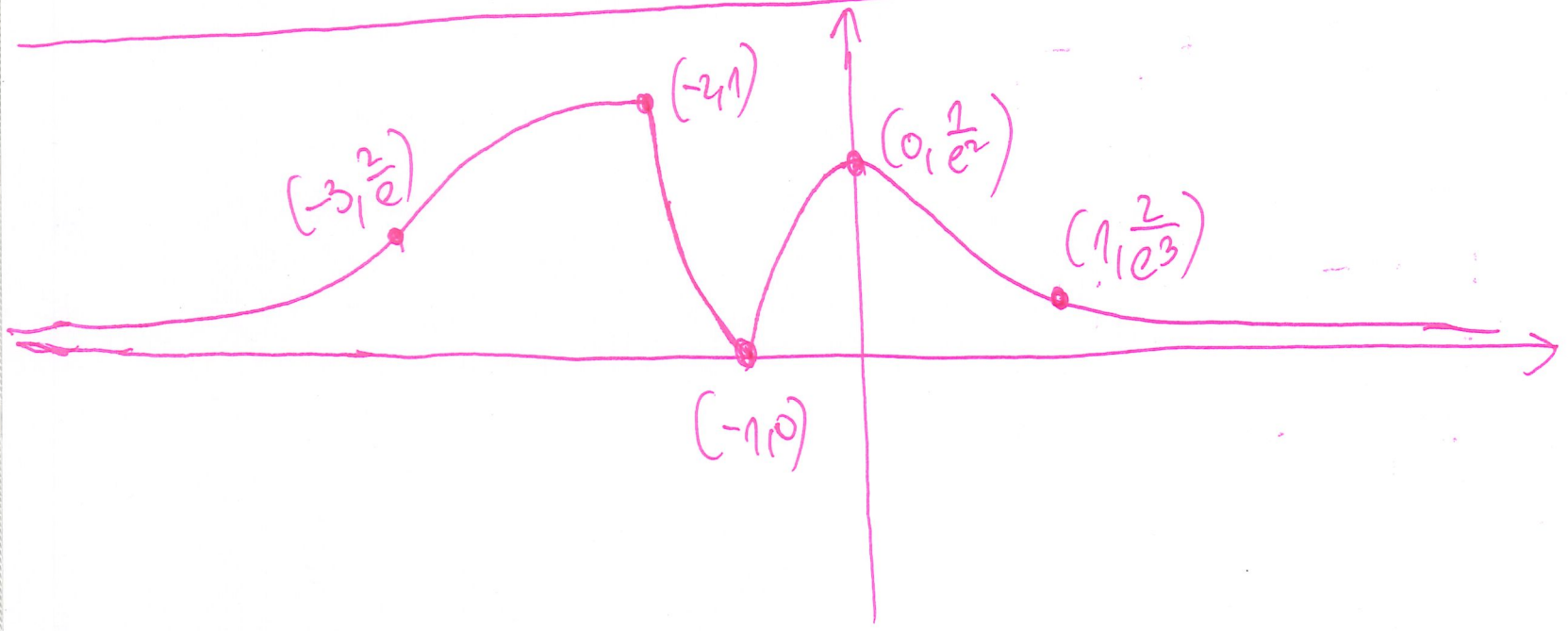


$(-3, \frac{2}{e})$ $(-2, 1)$: מקסימום
 $(-1, 0)$ $(1, \frac{2}{e^3})$

$(-2, 1)$ $(0, \frac{1}{e^2})$: מינימום
 $(-1, 0)$: מ"מ

(שטח תחת קו הגרף)

שטח מתחת לגרף

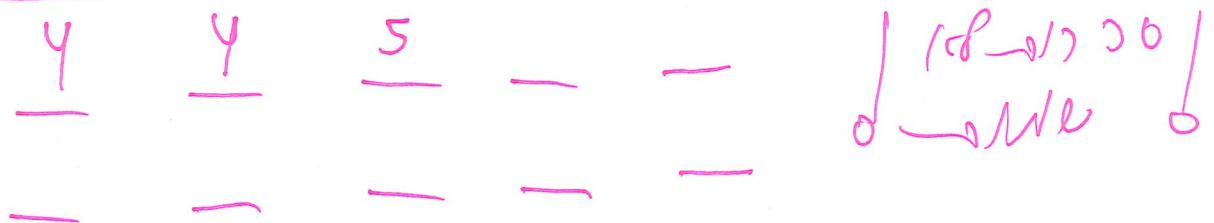


4

44332

1,2,3,4,5,6

5	---	---	---	---	A_5^4	}	120	
6	---	---	---	---	A_5^4		120	
4	5	---	---	---	A_4^3		24	
4	6	---	---	---	A_4^3		24	
							+	288



②

5	---	---	---	↓	$3 \cdot A_4^3$	}	72	
6	---	---	---	---	$3 \cdot A_4^3$		72	
4	5	---	---	---	$2 \cdot A_3^2$		12	
4	6	---	---	---	$2 \cdot A_3^2$		12	
							+	168

$$\textcircled{5} \quad a^2 \sin 2\beta + b^2 \sin 2\alpha = 4R^2$$

$$\cancel{4R^2} \sin^2 \alpha \sin 2\beta + \cancel{4R^2} \sin^2 \beta \sin 2\alpha = \cancel{4R^2} \sin \alpha \sin \beta \sin \alpha$$

$$2 \cdot \sin^2 \alpha \sin \beta \cos \beta + 2 \sin^2 \beta \sin \alpha \cos \alpha = 2 \sin \alpha \sin \beta \sin \alpha$$

$$2 \sin \alpha \sin \beta (\underbrace{\cos \beta \sin \alpha + \sin \beta \cos \alpha}) = 2 \sin \alpha \sin \beta \sin \alpha$$

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}$$

f.i.e. 1

6

$$\left(\sqrt{\frac{b^2}{a}} + \sqrt[10]{\frac{a^7}{b^6}} \right)^n$$

$$\underline{\dots} ab^2$$

$$C_n^k \left(\frac{b^2}{a} \right)^{\frac{1}{2}(n-k)} \cdot \left(\frac{a^7}{b^6} \right)^{\frac{1}{10}k}$$

$$C_n^k b^{n-k-\frac{6}{10}k} \cdot a^{\frac{7}{10}k - \frac{1}{2}(n-k)}$$

$$n-k-\frac{6}{10}k=2$$

$$\underline{\frac{7}{10}k - \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}k = 1}$$

$$\left. \begin{array}{l} n - \frac{d}{5}k = 2 \\ -\frac{1}{2}n + \frac{6}{5}k = 1 \end{array} \right\}$$

$$\underline{\underline{-\frac{1}{2}n + \frac{6}{5}k = 1}}$$

$$n=10 \quad k=5$$

$$\underline{\underline{C_{10}^5 ab^2}}$$

7

$$\frac{x^2 + ax - 9}{x^2 - 4}$$

$$x \neq 2 \\ x \neq -2$$

$$a = 2$$

$$y = \frac{x^2 + 2x - 9}{x^2 - 4}$$

$$x \neq 2, x \neq -2$$

$$y = 1$$

$$(0, \frac{9}{4})$$

$$(-1 + \sqrt{10}, 0)$$

$$(-1 - \sqrt{10}, 0)$$

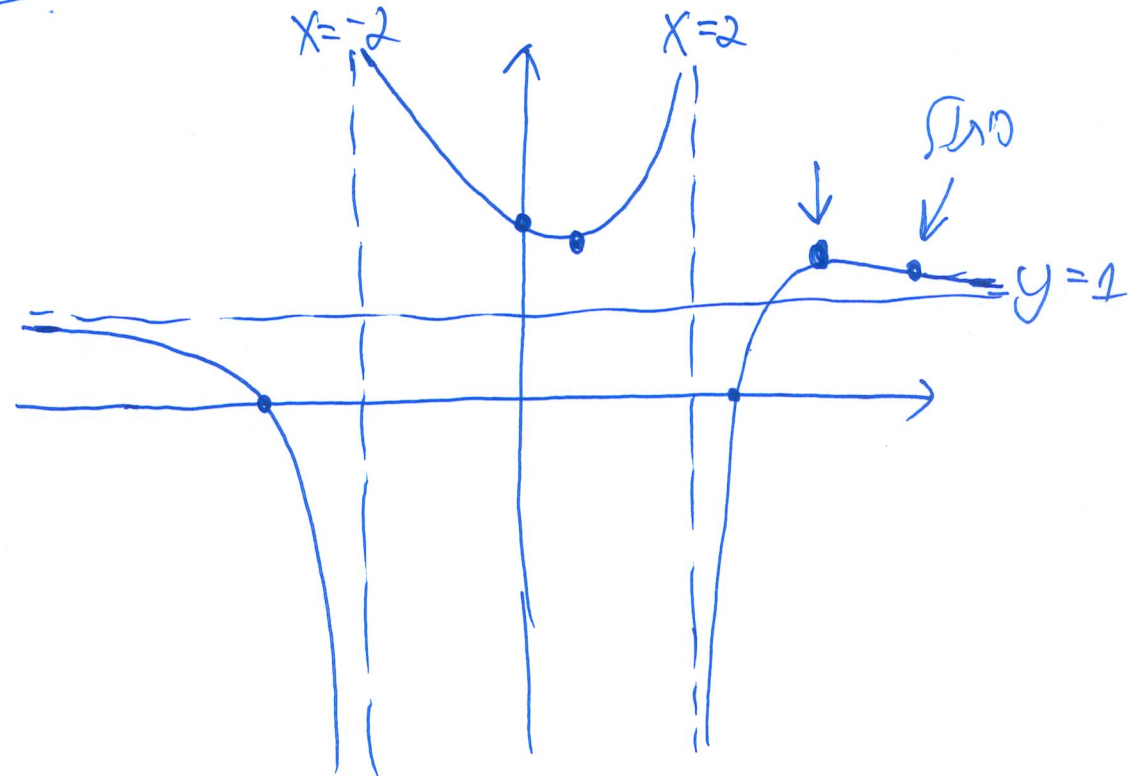
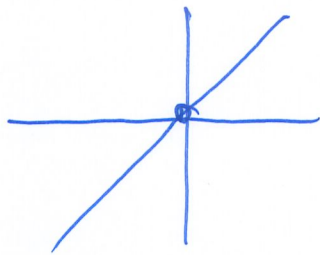
$$y' = (2x + a)(x^2 - 4) - 2x(x^2 + ax - 9)$$

$$y' = \cancel{2x^3} - 8x + ax^2 - 4a - \cancel{2x^3} - 2ax^2 + 18x$$

$$y' = -ax^2 + 10x - 4a$$

$$a = 0$$

$$y' = 10x$$



$$y' = \frac{-2x^2 + 10x - 8}{(x^2 - 4)^2} = \begin{matrix} \rightarrow (4, 2) \text{ MAX} \\ \rightarrow (1, 2) \text{ MIN} \end{matrix}$$

