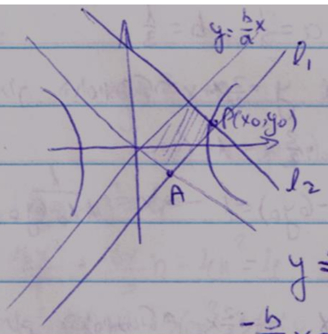
3.57
8



משוואת l_1:

$$y-y_0=\frac{b}{a}(x-x_0)$$

משוואת l_2:

$$y-y_0=-\frac{b}{a}(x-x_0)$$

הנק' A היא חיתוך l_1 עם $y=\frac{b}{a}x$

$$-\frac{b}{a}x=\frac{b}{a}x-\frac{b}{a}x_0+y_0 \to x=\frac{bx_0-ay_0}{2b}$$

$$A\left(\frac{bx_0-ay_0}{2b},\ \frac{ay_0-bx_0}{2a}\right)$$

$$|AP|=\sqrt{\left(x_0-\frac{bx_0-ay_0}{2b}\right)^2+\left(y_0-\frac{ay_0-bx_0}{2a}\right)^2}=\sqrt{\frac{(bx_0+ay_0)^2}{4b^2}+\frac{(ay_0+bx_0)^2}{4a^2}}=$$

$$=\frac{|bx_0+ay_0|}{2}\sqrt{\frac{1}{b^2}+\frac{1}{a^2}}$$

הגובה ל AP שווה למרחק של P מ $y=\frac{b}{a}x$

$$h=\frac{|y_0-\frac{b}{a}x_0|}{\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}}=\frac{|ay_0-bx_0|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$S=h\cdot|AP|=\frac{|bx_0+ay_0|}{2}\sqrt{\frac{1}{b^2}+\frac{1}{a^2}}\cdot\frac{|ay_0-bx_0|}{\sqrt{a^2+b^2}}=$$

$$=\frac{b^2x_0^2-a^2y_0^2}{2}\sqrt{\frac{\cancel{a^2+b^2}}{a^2b^2}}\cdot\frac{1}{\cancel{\sqrt{a^2+b^2}}}=\frac{a^2b^2}{2ab}=\frac{ab}{2}$$

משוואת ההיפרבולה