3.47
8

③ $\left[\frac{i(i^n-1)}{i-1}\right]^4 = \frac{(i^n-1)^4}{(i-1)^4} = \frac{(i^n-1)^4}{4(1-i)^2}$

$(1-i)^4 = (\sqrt{2}\,cis\,315)^4 = 4\,cis\,1260 = 4\,cis\,180 = -4$

הסדרה היא סדרה הנדסית:

$q = i$, $a_1 = 1-i$

אם n מספר שלוש הנמצא בסדרה -4 הוא שלישי.

אם n מספר שלוש 2 נקבל $(1-i^2)^4 = (2)^4 = 16$

אם n " " 3 " $(1-i^3)^4 = (1-(-i))^4 = (\sqrt{2}\,cis\,225)^4 =$

$= 4\,cis\,900 = 4\,cis\,180 = -4$

אם n מתחלק ב-4 נקבל $(1-i^4)^4 = (1-1)^4 = 0$

כלל מתקיים הטענה המתאימה עם מספרים שלמים הנמצאים בסדרה.

② $|z| \le 1 \rightarrow \sqrt{x^2+y^2} \le 1 \rightarrow x^2+y^2 \le 1$

שטח המעגל הנתון שווה ל π.

$\text{Im}(z^2) = \text{Im}(x^2+2xyi-y^2) < 4$

$2xy < 4 \rightarrow y < \frac{2}{x}$

כל הנקודות מתחת להיפרבולה

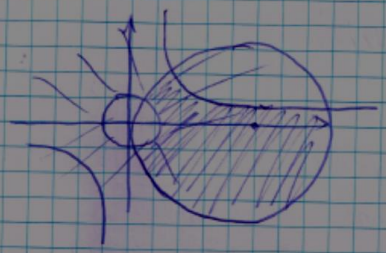
$|z|^2 - 5\,\text{Re}(2z) < 0$

$x^2+y^2-5\cdot 2x < 0$

$(x-5)^2+y^2 < 25$

מרכזו 5 ומרכזו $(0,5)$

הנקודות על המעגל



④ $z^3 + 4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i = 0$

$z^3 = +4\sqrt{2}(-1+i) = 4\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\,cis\,135 = 8\,cis\,135$

$z_i = 2\,cis(45 + 120i)$

$z_0 = 2\,cis\,45 \quad z_1 = 2\,cis\,165 = 2\,cis\frac{11}{12}\pi \quad z_2 = 2\,cis\,285 = 2\,cis\frac{19}{12}\pi$