

3.58
15

i $z = x + iy = r \operatorname{cis} \theta$! , $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{r \operatorname{cis} \theta} = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(-\theta)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = 1 \rightarrow \frac{1}{z} = \operatorname{cis}(-\theta) = x - iy = \bar{z}$$

מכיוון שזהו המרוכב המרוכב של z

$$\left| \frac{1}{z} \right| = \sqrt{x^2 + y^2} = 1$$

ii כל המרוכבים המרוכבים של z הם המרוכבים המרוכבים של \bar{z}

$\frac{1}{z} = \bar{z}$ כל המרוכבים המרוכבים של \bar{z} הם המרוכבים המרוכבים של z

$$\left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} + \frac{1}{z_4} \right| = |\bar{z}_1 + \bar{z}_2 + \bar{z}_3 + \bar{z}_4| = |1 + i| = \sqrt{2}$$

3.58
26

$$\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) > \frac{1}{4} \rightarrow \operatorname{Re}\left(\frac{1}{x+iy}\right) = \operatorname{Re}\left(\frac{x-iy}{x^2+y^2}\right) > \frac{1}{4}$$

$$\frac{x}{x^2+y^2} > \frac{1}{4} \rightarrow 4x > x^2+y^2 \rightarrow (x-2)^2 + y^2 < 4$$

$$\operatorname{Im}(\overline{z^2 - \bar{z}}) \geq 2 - \operatorname{Im} z$$

$$\operatorname{Im}(x^2 + 2xyi - y^2 - x + iy) \geq 2 - y$$

$$\operatorname{Im}(x^2 - y^2 - x - 2xyi - yi) \geq 2 - y$$

$$-2xy - y \geq 2 - y \rightarrow y \leq -\frac{1}{x}$$

