

3.87  
48

$$\cos^5 \alpha + 5i \cos^4 \alpha \sin \alpha - 10 \cos^3 \alpha \sin^2 \alpha - 10i \cos^2 \alpha \sin^3 \alpha + 5 \cos \alpha \sin^4 \alpha + i \sin^5 \alpha$$

$$(\cos \alpha + i \sin \alpha)^5 = (\operatorname{cis} \alpha)^5 = \operatorname{cis}(5\alpha) = \cos 5\alpha + i \sin 5\alpha \quad \text{ראתה ב-3.86}$$

$$\cos 5\alpha = \cos^5 \alpha - 10 \cos^3 \alpha \sin^2 \alpha + 5 \cos \alpha \sin^4 \alpha = \quad \text{אנחנו רוצים לראות}$$

$$= \cos^5 \alpha - 10 \cos^3 \alpha (1 - \cos^2 \alpha) + 5 \cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha)^2$$

$$= \cos^5 \alpha - 10 \cos^3 \alpha + 10 \cos^5 \alpha + 5 \cos \alpha - 10 \cos^3 \alpha + 5 \cos^5 \alpha =$$

$$= 16 \cos^5 \alpha - 20 \cos^3 \alpha + 5 \cos \alpha$$

א9 3.87

$$2 \cos \alpha = z + \frac{1}{z} \quad | \cdot z$$

$$z^2 - 2z \cos \alpha + 1 = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{2 \cos \alpha \pm \sqrt{4 \cos^2 \alpha - 4}}{2} = \frac{2 \cos \alpha \pm 2 \sqrt{\cos^2 \alpha - 1}}{2} = \cos \alpha \pm i \sin \alpha \begin{matrix} \nearrow \operatorname{cis} \alpha \\ \searrow \operatorname{cis}(-\alpha) \end{matrix}$$

$$z^n + \frac{1}{z^n} = \begin{matrix} \nearrow (\operatorname{cis} \alpha)^n + \frac{1}{(\operatorname{cis} \alpha)^n} = \operatorname{cis}(n\alpha) + \operatorname{cis}(-n\alpha) \\ \searrow (\operatorname{cis} \alpha)^n + \frac{1}{(\operatorname{cis} \alpha)^n} = \cos(n\alpha) + i \sin(n\alpha) + \cos(-n\alpha) + i \sin(-n\alpha) \\ \qquad \qquad \qquad = 2 \cos(n\alpha) \end{matrix}$$