

3.40
6

$\angle A = 30^\circ$
 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ $\triangle AOD$
 $AE = AD = \sqrt{3}r$
 $BF = BE = x - \sqrt{3}r$ או $AB = x$ (או)
 $AC = 4 - \frac{1}{2} - x$
 $DC = FC = 2\frac{1}{2} - x - \sqrt{3}r \leftarrow AC = 2\frac{1}{2} - x$

$BC = BF + FC$
 $1.5 = x - \sqrt{3}r + 2\frac{1}{2} - x - \sqrt{3}r \rightarrow 2\sqrt{3}r = 1$
 $r = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

$\Rightarrow S = rp = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{4}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

ופתרון הרבה יותר מסורבל

3.40
6

(נייזאנק B נ' AC)
 היקופי העיגול $\triangle ADB$ $(30^\circ, 60^\circ, 90^\circ)$
 $AD = x$ (או)
 $AB = 2x$
 $DC = 2\frac{1}{2} - 3x$ הקי. ABC, י. ז' 4
 נתבאר כי יש עיגול פנימי המשיק ל-ABD, BDC

$4x^2 - x^2 = 2\frac{1}{4} - (2\frac{1}{2} - 3x)^2$
 $3x^2 = 2\frac{1}{4} - 6\frac{1}{4} + 15x - 9x^2$
 $12x^2 - 15x + 4 = 0$
 $x_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 192}}{24} = \frac{15 \pm \sqrt{33}}{24}$

$2R = \frac{1.5}{\sin 60^\circ} \rightarrow R = \frac{1.5}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$S = \frac{abc}{4R}$ (נוסחה אחרת)
 $S = \frac{\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{15 - \sqrt{33}}{24}\right) \cdot \left(2.5 - 2 \cdot \frac{15 - \sqrt{33}}{24}\right)}{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{15 - \sqrt{33}}{12}\right) \cdot \left(\frac{15 + \sqrt{33}}{12}\right)}{2\sqrt{3}} = \frac{3(225 - 33)}{4\sqrt{3} \cdot 144} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$S = rp$ (נוסחה אחרת)
 $\frac{\sqrt{3}}{3} = r \left(\frac{4}{2}\right) \rightarrow \boxed{r = \frac{\sqrt{3}}{6}}$