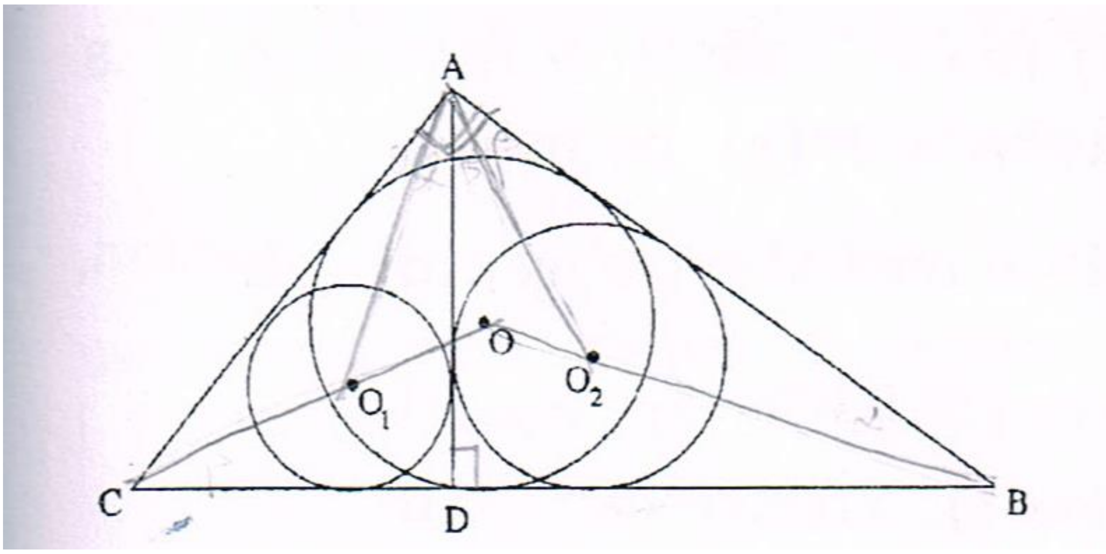
4 3.47



3.47
4.

O מרכז המעגל החסום במשולש ABC
לכן הוא מפגש חוצי הזוויות, לכן OB חוצה
זווית B ו OC חוצה זווית C.

O_2 מרכז המעגל החסום במשולש ADB לכן O_2B חוצה
זווית B $\Leftarrow$ O_2B מתלכד עם OB (שניהם חוצי זווית B)
באותה סיבה, OC, מתלכד עם OC:

א. $\measuredangle ABO_2 = \measuredangle OBD = \alpha$ (OB חוצה זווית)

$\measuredangle C = \measuredangle DAB = 2\beta$ (הגובה ליתר במשולש ישר זווית מחלק את המשולש לשני משולשים דומים בעלי אותם זוויות)

$\measuredangle OCB = \beta = \measuredangle O_2AB$ (AO_2 ו OC חוצי זווית)

$\Downarrow$

$\Delta COB \sim \Delta AO_2B$ (ז.ז)

ב. $\measuredangle B = \measuredangle CAD = 2\alpha$ (גובה במשולש ישר זווית...)

$\measuredangle OBC = \alpha = \measuredangle CAO_1$ (AO_1 ו BO חוצי זוויות)

$\measuredangle ACO_1 = \beta = \measuredangle OCB$ (CO חוצה זווית)

$\Downarrow$

$\Delta ACO_1 \sim \Delta BCO$

ג. יחס הרדיוסים המתאימים שווה ליחס הצלעות במשולשים דומים

$\frac{r_2}{R} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$ $\frac{r_1}{R} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5}$

$AC = \sqrt{5^2 - 4^2}$

ד. מסעיף קודם

$r_2 = \frac{4}{5}R$ $r_1 = \frac{3}{5}R$

$r_2^2 + r_1^2 + \frac{16}{25}R^2 + \frac{9}{25}R^2 = R^2$