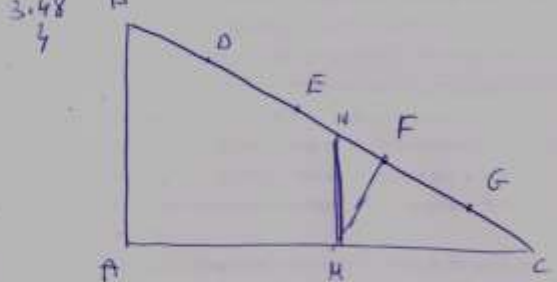
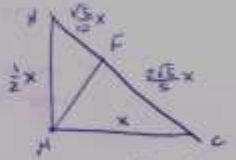
3.48
ד



נניח $AB=x$
$AC=2x$
$BC=\sqrt{5}x$ משפט פיתגורס
ולכן כל אחד מהקטעים
$BD=DE=EF=FG=GC=\frac{\sqrt{5}}{5}x$



NM קטע אמצעי ולכן $NM=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}x$

$FC=\frac{2\sqrt{5}}{5}x \;,\; NF=\frac{1}{2}EF=\frac{\sqrt{5}}{10}x$

נוכיח $MF\perp NC$ ע"י קיום משפט פיתגורס ההפוך במשולשים של MF

$\underline{\triangle NFM}$: $\left(\frac{1}{2}x\right)^2=\left(\frac{\sqrt{5}}{10}x\right)^2+MF^2$

$MF^2=\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{100}x^2=\frac{1}{5}x^2$

$\underline{\triangle MFC}$: $x^2=\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}x\right)^2+MF^2$

$MF^2=x^2-\frac{4\cdot 5}{25}x^2=\frac{x^2}{5}$ (*)

MF תיכון במשולש $\triangle NMC$ שווה ... לכן מחלק את המשולש לשני משולשים דומים
(s.s) $\triangle MNC\sim\triangle FNM$

דרך נוספת

(א) $\frac{NF}{NM}=\frac{\frac{\sqrt{5}x}{10}}{\frac{1}{2}x}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\frac{NM}{NC}=\frac{\frac{1}{2}x}{\frac{\sqrt{5}}{2}x}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\measuredangle N$ זווית משותפת

(3.5.3) $\triangle MNC\sim\triangle FNM$
$\Downarrow$
$90^\circ=\measuredangle F=\measuredangle NMC$
$\Downarrow$ (ב)
$MF\perp BC$ (ג)

$MF=\frac{x}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}x=\frac{1}{5}BC$ (*)

$CM^2=x^2$
$CG\cdot CB=\frac{\sqrt{5}}{5}x\cdot\sqrt{5}x=x^2$
$\Big\}\; CM^2=CG\cdot CB$ ג.

ה. נראה $\triangle ABC\sim\triangle DBA$
$\measuredangle B$ משותפת –

$\frac{BD}{AB}=\frac{\frac{\sqrt{5}x}{5}}{x}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\frac{AB}{BC}=\frac{x}{\sqrt{5}x}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\measuredangle BAC=\measuredangle ADB=90^\circ \Leftarrow 3.5.3$
$\Downarrow$
AD תיכון וגובה
ב $\triangle ABE$
$AB=AE \Leftarrow$ שוק $\triangle ABE$ $\Leftarrow$
$AM=AB=AE$
לכן הנק' E, B, M נמצאות במרחק שווה
מהנק' A.
דרך 3 לכן שלושת הנק' הנמצאות במרחק שווה מנק'
המעגל ניתן להעביר מעגל יחיד שמרכזו בנק'
A.