3.72

1. א.

$$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\dots+\frac{1}{3n+1}>1$$

באינדוקציה: בדיקה: $n=1$ ✓

נניח שהטענה נכונה עבור n כלשהו.

נוכיח עבור $n+1$?

$$\underbrace{\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\dots+\frac{1}{3n+1}}+\frac{1}{3n+2}+\frac{1}{3n+3}+\frac{1}{3n+4}>1$$

מהנחה

$$\left[\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\dots+\frac{1}{3n+1}>1-\frac{1}{n+1}\right]$$

נציב משהו קטן ואז זה נכון אז כמובן שעוד יותר גדול.

$$\cancel{1}-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{3n+2}+\frac{1}{3n+3}+\frac{1}{3n+4}>\cancel{1}$$

$$\frac{1}{3n+2}+\frac{1}{3n+4}>\frac{2}{3(n+1)}$$

$6n+6$

$$\frac{3n+4+3n+2}{9n^2+18n+8}>\frac{2}{3n+3}$$

$$\cancel{18n^2}+\cancel{36n}+18>\cancel{18n^2}+\cancel{36n}+16 \checkmark$$

בדקנו

הנחנו

הוכחנו עבור $n+1$