אלה 1 – ג60 א

$$(a+b)^{n+1} \Rightarrow T_3 = T_{2+1} = C^2_{n+1}\, a^{n+1-2} \cdot b^2$$

$$(a+b)^n \Rightarrow T_3 = T_{2+1} = C^2_n \cdot a^{n-2} \cdot b^2$$

$$C^2_{n+1} - C^2_n = 225$$

$$\frac{(n+1)!}{2!\,(n-1)!} - \frac{n!}{2!\,(n-2)!} = 225$$

$$\frac{\cancel{(n-1)!} \cdot n \cdot (n+1)}{2 \cdot \cancel{(n-1)!}} - \frac{\cancel{(n-2)!}\,(n-1) \cdot n}{2 \cdot \cancel{(n-2)!}} = 225$$

$$n(n+1) - (n-1) \cdot n = 450$$

$$n(n+1-n+1) = 450$$

$$2n = 450$$

$$\boxed{n = 225}$$

$$\left(x^{\frac{1}{5}} + y^{\frac{1}{9}}\right)^{225} \Rightarrow T_{k+1} = C^k_{225} \cdot \left(x^{\frac{1}{5}}\right)^{225-k} \cdot \left(y^{\frac{1}{9}}\right)^k$$

$$T_{k+1} = C_{225}^{k} \cdot x^{45-\frac{k}{5}} \cdot y^{\frac{k}{9}}$$

מספר ערכי k בין 0 ל 225 שמתחלקים ב- 5 וב- 9 ללא שארית. כלומר מתחלקים ב- 45 ללא שארית.

הראשון הוא כמובן 0 ובקפיצות של 45

$0, 45, 90, 135, 180, 225 \Rightarrow$ $\boxed{6 \text{ איברים}}$

* כמובן שאם היה מספר גדול יותר היינו כותבים את סדרה. *

<u>שאלה 1 - סעיף ד'</u>

תחום הגדרה: $x \geq 0$

$$8\cdot 3^{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}} + 9^{1+\sqrt[4]{x}} \geq 9^{\sqrt{x}}$$

$$8\cdot 3^{\sqrt{x}}\cdot 3^{\sqrt[4]{x}} + 9\cdot 3^{2\sqrt[4]{x}} \geq 3^{2\sqrt{x}}$$

$$\boxed{3^{\sqrt{x}}=t \qquad 3^{\sqrt[4]{x}}=k}$$

$$8tk + 9k^2 - t^2 \geq 0$$

$$9k^2 + 9tk - tk - t^2 \geq 0$$

$$9k(t+k) - t(k+t) \geq 0$$

$$\cancel{(t+k)}(9k - t) \geq 0$$

בטוח חיובי
לפי הגדרה.

$$9k \geq t$$

$$9 \geq \frac{t}{k}$$

$$3^2 \geq \frac{3^{\sqrt{x}}}{3^{\sqrt[4]{x}}}$$

$$3^2 \geq 3^{\sqrt{x} - \sqrt[4]{x}}$$

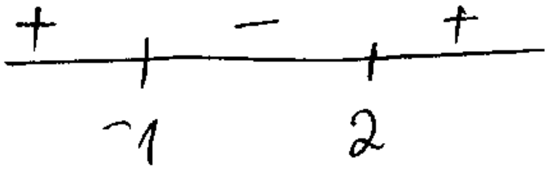
$$2 \geq \sqrt{x} - \sqrt[4]{x}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x^{\frac{1}{4}} = p \\ x^{\frac{1}{2}} = p^2 \end{array}}$$

$$2 \geq p^2 - p$$

$$0 \geq p^2 - p - 2$$

$$(p-2)(p+1) \leq 0$$



$$-1 < p < 2$$

$$0 < \sqrt[4]{x} < 2 \qquad (\quad)^4$$

$$\boxed{0 < x < 16}$$

שאלה 2:

$$y = x\cdot e^{\frac{a}{x^2}} = x\cdot e^{a\cdot x^{-2}}$$

א $$y' = 1\cdot e^{\frac{a}{x^2}} + x\cdot e^{\frac{a}{x^2}}\cdot\frac{-2a}{x^3} =$$

$$y' = e^{\frac{a}{x^2}}\left(1-\frac{2a}{x^2}\right) = e^{\frac{a}{x^2}}\left(\frac{x^2-2a}{x^2}\right)$$

$$y'=0 \Rightarrow \quad x^2-2a=0$$

$$x = \pm\sqrt{2a}$$

$$y(x=\sqrt{2a}) = \sqrt{2a}\cdot e^{\frac{a}{2a}} = \sqrt{2ae}$$

$$y(x=-\sqrt{2a}) = \qquad = -\sqrt{2ae}$$

$$2\cdot\sqrt{2ae} = 2\sqrt{2e}$$

$$2\sqrt{2e}\sqrt{a} = 2\sqrt{2e} \Rightarrow \boxed{a=1}$$

(א) $y = x \cdot e^{\frac{1}{x^2}} \Rightarrow \boxed{x \neq 0}$

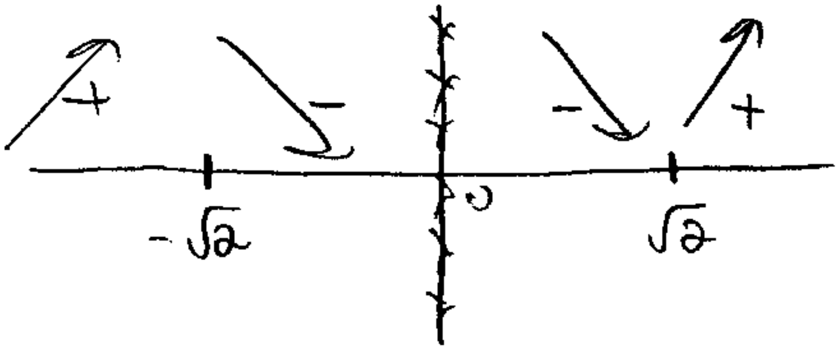
(ב)

אין חיתוך עם ציר y

אין חיתוך עם ציר x

(ג) $y' = e^{\frac{1}{x^2}}\left(\frac{x^2-2}{x^2}\right) = 0$

$\boxed{MIN\ (\sqrt{2}, \sqrt{2e})}$ $\boxed{(-\sqrt{2}, -\sqrt{2e})\ MAX}$



עולה: $x < -\sqrt{2},\ x > \sqrt{2}$

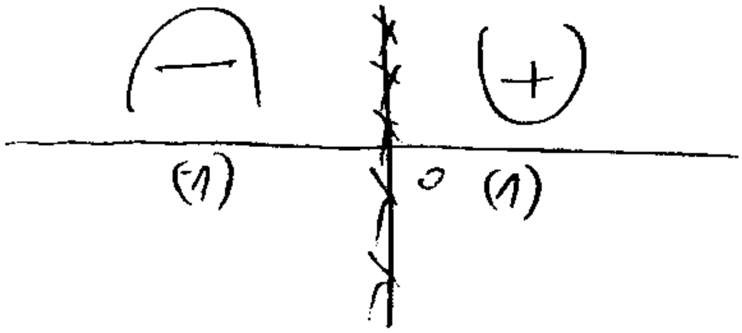
יורדת: $x \neq 0 \quad -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$

(ד) $y'' = \left(e^{\frac{1}{x^2}}\left(1-\frac{2}{x^2}\right)\right)' =$

$e^{\frac{1}{x^2}}\left(\frac{-2}{x^3}\right)\left(1-\frac{2}{x^2}\right) + e^{\frac{1}{x^2}}\left(\frac{4}{x^3}\right) = e^{\frac{1}{x^2}}\left(\frac{4-2x^2}{x^5}\right) + e^{\frac{1}{x^2}} \cdot \left(\frac{4}{x^3}\right)$

$2e^{\frac{1}{x^2}}\left(\frac{2+x^2}{x^5}\right)$

אין נקודות חשודות לפיתול



קעור מעלה: $x > 0$

קעור מטה $x < 0$

① אסימפטוטות:

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{x\to 0^+} x\cdot e^{\frac{1}{x^2}} = \infty \\ &\lim_{x\to 0^-} x\cdot e^{\frac{1}{x^2}} = -\infty \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{gathered} x = 0 \\ \text{אסימפטוטה} \\ \text{אנכית} \end{gathered}}$$

$$a = \lim_{x\to\infty} \frac{x\cdot e^{\frac{1}{x^2}}}{x} = \lim_{x\to\infty} e^{\frac{1}{x^2}} = e^0 = 1$$

$$a = \lim_{x\to-\infty} \frac{x\cdot e^{\frac{1}{x^2}}}{x} = \qquad = e^0 = 1$$

$$\boxed{a=1}$$

$$b = \lim_{x\to\infty} x\cdot e^{\frac{1}{x^2}} - x = x(e^0 - 1) = x(1-1) = 0$$

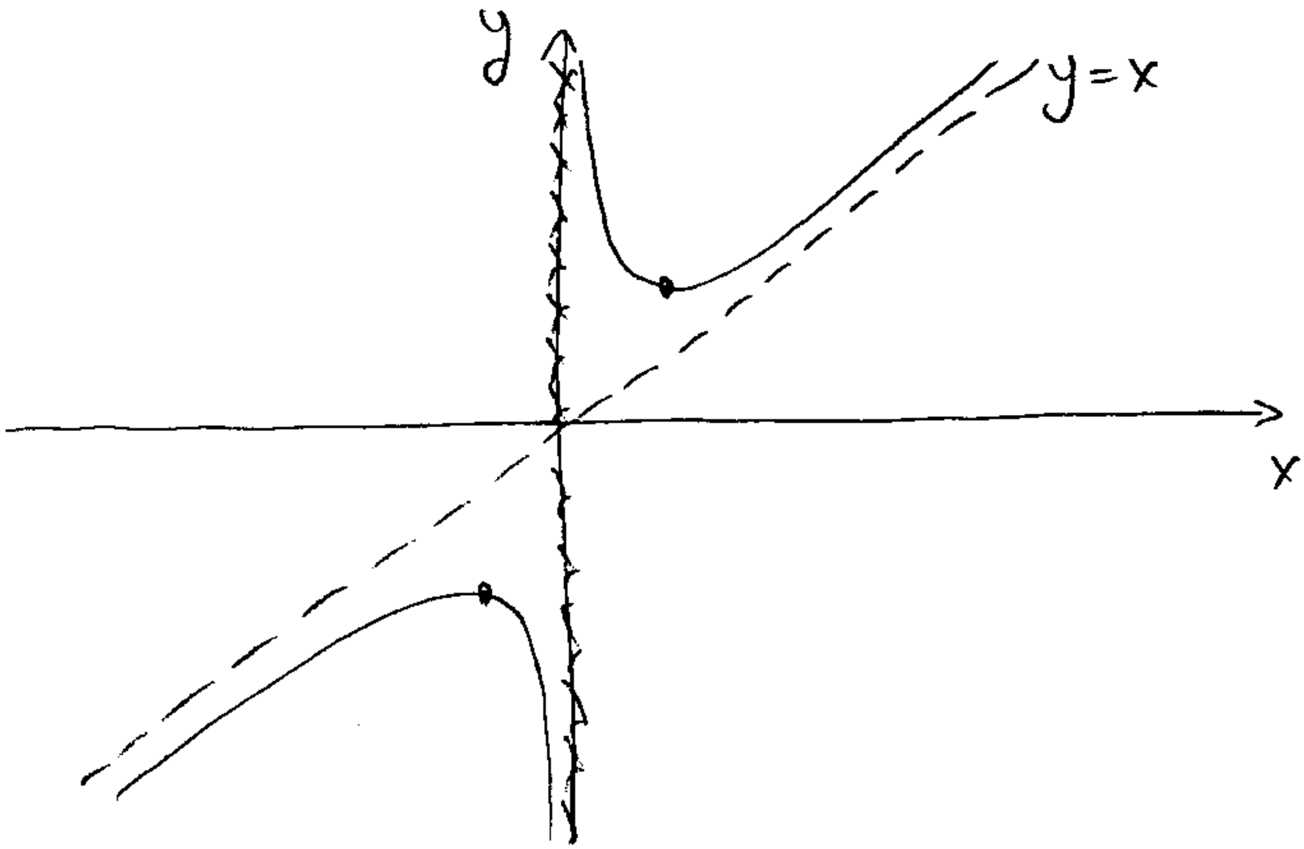
$$b = \lim_{x\to-\infty} x e^{\frac{1}{x^2}} - x = \qquad = 0$$

$$b = 0$$

$$\Downarrow$$

$$y = ax + b \Rightarrow \boxed{y = x}$$

1 נשרטט את הפונקציה:



①

$$g(x) = \int g'(x)\,dx = \int f'(x)\,dx = f(x) + c$$

$$g(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x^2}} + c$$

$$g(1) = 2e \Rightarrow 2e = 1 \cdot e + c \Rightarrow c = e$$

$$\boxed{g(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x^2}} + e}$$

$$g'(x) = f'(x) = e^{\frac{1}{x^2}}\left(\frac{x^2 - 2}{x^2}\right)$$

$$g'(-1) = e\left(\frac{1-2}{1}\right) = -e \Rightarrow \boxed{m = -e}$$

$$g(-1) = -e + e = 0 \Rightarrow \boxed{(-1, 0)}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = -e(x + 1)$$

מש.
המשיק. $\boxed{y = -ex - e}$

שאלה 3

נתונות הנקודות: $A(0,0,0)$, $B(-1,K,1)$, $C(-1,7,-2)$

$K>0$, $\measuredangle BAC = 30^\circ$

K

$\vec{AC} \cdot \vec{AB} = |\vec{AC}| \cdot |\vec{AB}| \cdot \cos 30$

$\vec{AC} = (0,0,0) + t(-1,7,-2)$

$\vec{AB} = (0,0,0) + s(-1,k,1)$

$|\vec{AC}| = \sqrt{(-1)^2 + 7^2 + (-2)^2} = \sqrt{54}$

$|\vec{AB}| = \sqrt{(-1)^2 + k^2 + 1^2} = \sqrt{k^2+2}$

$\vec{AC} \cdot \vec{AB} = (-1,7,-2) \cdot (-1,K,1) = 7K - 1$

$7K - 1 = \sqrt{54} \cdot \sqrt{k^2+2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad / \cdot 2$

$14k - 7 = \sqrt{162(2+k^2)} \quad /(\ )^2$

$34k^2 - 56k - 320 = 0$

$k_{1,2} = \frac{56 \pm 216}{68}$

$\nearrow K = 4 \rightarrow$ נתון K חיובי.

$\searrow \cancel{k = (-)}$

ד) משוו' המישור בצורה פרמטרית:

$$(0,0,0)+t(-1,4,1)+s(-1,7,-2)$$

נבצע קרוס: $(-1,4,1)\times(-1,7,-2)=(-15,-3,-3)$

לכן:

$$-15x-3y-3z+D=0$$

נציב $(0,0,0) \Leftarrow D=0$

לאחר צמצום מקדם: $5x+y+z=0$

נסמן נקודה כלשהי על המישור D: $D(\alpha,\beta,-5\alpha-\beta)$

נבצע מכפלה סקלרית:

$$\vec{CD}\cdot\vec{AC}=0$$

$$(\alpha+1,\beta-7,-5\alpha-\beta+2)\cdot(-1,7,-2)=0$$

$$-(\alpha+1)+7(\beta-7)-2(-5\alpha-\beta+2)=0$$

$$\beta=-\alpha+6$$

לכן:

$$D(\alpha,-\alpha+6,-4\alpha-6)$$

נציב למשל $\alpha=0$ ונקבל נקודה בודדת:

$$D(0,6,-6)$$

נתון:

$$\vec{CD} = (-1, 7, -2) + s(1, -1, -4)$$

ד נסמן:

$$\vec{AC} = t(-1, 7, -2)$$

$$\vec{AB} = s(-1, 4, 1)$$

$$\vec{SA} = w(8, -2, 1)$$

נפח הפורמידה:

$$\frac{\vec{SA} \cdot \left(\vec{AB} \times \vec{AC}\right)}{6} =$$

$$\frac{(8, -2, 1) \cdot \left((-1, 4, 1) \times (-1, 7, -2)\right)}{6} =$$

$$\frac{(8, -2, 1) \cdot (-15, -3, -3)}{6} = \frac{117}{6} = 19.5$$

ד) נמצא נקודת חיתוך של הגובה עם מישור ABC

$$\begin{cases} (8,-2,1)+m(5,1,1) & \text{:משוואת הגובה} \\ 5x+y+z=0 & \text{:משוואת המישור} \end{cases}$$

$$5(8+5m)+1(-2+m)+1(1+m)=0$$

$$39+27m=0$$

$$m=\frac{-39}{27}=-\frac{13}{9}$$

נמצא את נקודת החיתוך עם המישור:

$$(8,-2,1)-\frac{13}{9}(5,1,1)=\left(\frac{72-65}{9},\frac{-18-13}{9},\frac{9-13}{9}\right)$$

$$=\left(\frac{7}{9},-\frac{31}{9},-\frac{4}{9}\right)$$

$$=\frac{1}{9}(7,-31,-4)$$

המשך: (3)

נמצא את הנקודה
הסימטרית בעזרת אמצע קטע

$$S(8,-2,1) = \left(\frac{72}{9}, \frac{-18}{9}, \frac{9}{9}\right)$$

$$\left(\frac{7}{9}, -\frac{31}{9}, \frac{-4}{9}\right)$$

$$\left(\frac{-55}{9}, \frac{-44}{9}, \frac{-17}{9}\right)$$

הנקודה הסימטרית F היא:

$$-\frac{1}{9}(55, 44, 17)$$

(ה) הישר הנתון הוא:

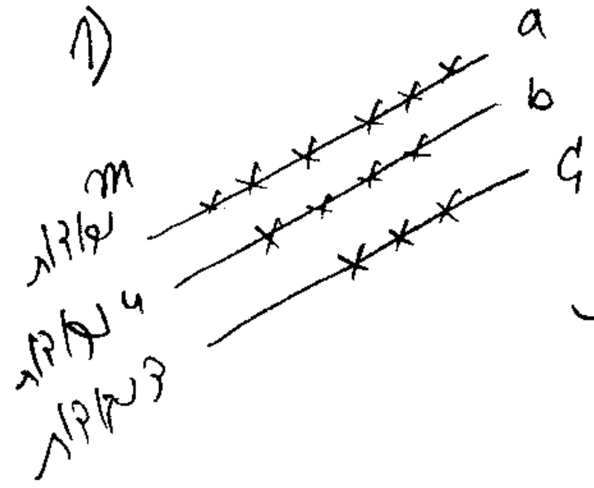
$$(5,-4,3)+k(2,-1,5)$$

$$\frac{|(2,-1,5)\cdot(1,-1,-4)|}{|2,-1,5|\cdot|1,-1,-4|} = \cos\theta$$

$$\frac{17}{\sqrt{30}\cdot\sqrt{18}} = \frac{17}{\sqrt{540}} = \underline{\frac{17}{6\sqrt{15}}} = \cos\theta$$

שאלה 4 סעיף א'

1)



נבחר 3 נקודות מתוך
7+m נקודות (ללא חשיבות
לסדר)

$$C_{m+7}^{3}$$

ונחסר את כל המקרים שבהם 3 הנקודות
רק מאותו ישר

$$C_3^3 + C_4^3 + C_m^3$$

סה"כ נקבל

$$C_{m+7}^{3} - (1 + 4 + C_m^3) = 324$$

$$\frac{(m+7)!}{3!\,(m+4)!} - 5 - \frac{m!}{3!\,(m-3)!} = 324$$

$$\frac{\cancel{(m+4)!}\,(m+5)(m+6)(m+7)}{3!\,\cancel{(m+4)!}} - \frac{\cancel{(m-3)!}\,(m-2)(m-1)\,m}{3!\,\cancel{(m-3)!}} = 329$$

$$(m+5)(m+6)(m+7) - m(m-2)(m-1) = 6 \cdot 329$$

$$(m+5)(m^2+13m+42)-m(m^2-3m+2)=1974$$

$$\cancel{m^3}+\underline{13m^2}+\overline{42m}+\underline{5m^2}+\overline{65m}+210-\cancel{m^3}\underline{+3m^2}-\overline{2m}=1974$$

$$21m^2+105m-1764=0$$

$$\boxed{m=7} \qquad m=-12$$

2) $7+4+3=14$

$$C_{14}^{2}-\left(C_{7}^{2}+C_{4}^{2}+C_{3}^{2}\right)=$$

$$91-(21+6+3)=61$$

לא לספור כאן את שלושת

הזוגות מאותו לכן סה"כ

$$61+3=\boxed{64}$$

שאלה 4 סעיף ב':

1) גרף (I) היא הגרף $f(x)$ וגרף (II) היא הגרף $g(x)$.

הסבר:

$f(x)$ היא הנגזרת של $g(x)$.

$f(x)$ שלילית עבור $0<x<4$

בתחום זה $g(x)$ יורדת.

$f(x)$ חיובית עבור $x>4$ בתחום

זה $g(x)$ עולה.

כמו כן, אפשר לראות של- $g(x)$ יש

מינימום ראשון $x=4$.

2)

$$\int_0^4 -f(x)\,dx = \int_0^4 -g'(x)\,dx$$

$$= -g(x)\Big|_0^4 = -[g(4)-g(0)] = -(-16) = 16$$

3

$$\frac{(b-4)\cdot \cancel{16}}{2} = \frac{14}{9}\cdot \cancel{16}$$

$$9(b-4) = 28$$

$$9b - 36 = 28$$

$$9b = 64$$

$$b = 7\frac{1}{9}$$

$D(1,-6)$ 4

שאלה 5 - סעיף ד'

$$\frac{1}{n(n+2)}+\frac{1}{(n+2)(n+4)}+\frac{1}{(n+4)(n+6)}+ \qquad +\frac{1}{(3n-2)\,3n}=\frac{1}{3n}$$

אין לי כח לכתוב את התרגיל באינדוקציה

!נוכיח בדרך אחרת!

$$\frac{1}{A\cdot B}=\frac{-1}{A-B}\left(\frac{1}{A}-\frac{1}{B}\right)=\frac{1}{B-A}\left(\frac{1}{A}-\frac{1}{B}\right)$$

$$\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{(n+2)-(n)}\left[\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right]$$

$$\frac{1}{(n+2)(n+4)}=\frac{1}{(n+4)-(n+2)}\left[\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+4}\right]$$

$$\frac{1}{(n+4)(n+6)}=\frac{1}{(n+6)-(n+4)}\left[\frac{1}{n+4}-\frac{1}{n+6}\right]$$

$$\vdots$$

$$\frac{1}{(3n-2)3n}=\frac{1}{3n-(3n-2)}\left[\frac{1}{3n-2}-\frac{1}{3n}\right]$$

נסכם ונקבל:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+4}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n+4}-\frac{1}{n+6}\right)+\dots+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3n-2}-\frac{1}{3n}\right)$$

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{n}-\cancel{\frac{1}{n+2}}+\cancel{\frac{1}{n+2}}-\cancel{\frac{1}{n+4}}+\cancel{\frac{1}{n+4}}-\cancel{\frac{1}{n+6}}+\cancel{\dots}+\cancel{\frac{1}{3n-2}}-\frac{1}{3n}\right]$$

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{n}-\frac{1}{3n}\right]=\frac{1}{2}\,\frac{3-1}{3n}=\frac{1}{3n}$$

שאלה 5 ג':

1) $(m-1)\log_2^2(x) - (m-3)\log_2(x^2) + m^2 - 9 = 0$

$x > 0$

$\log_2 x = t \Rightarrow x = 2^t$ (ערכים ל t קיים x $x>0$)

$(m-1)t^2 - 2(m-3)t + m^2 - 9 = 0$

$\underline{1} < x_1 \cdot x_2 < 2$

$1 < 2^{t_1} \cdot 2^{t_2} < 2$

$2^0 < 2^{t_1+t_2} < 2^1$

$0 < t_1 + t_2 < 1$

$a \neq 0$ I

$\Delta \geq 0$ II

מערכות האילוצים

$0 < \frac{-b}{a} < 1$ III

I $a \neq 0$ $\boxed{m \neq 1}$

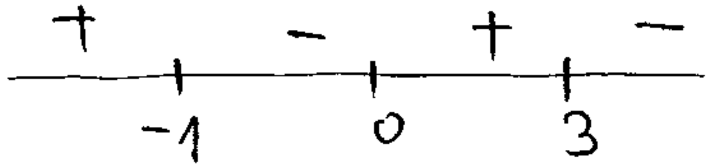
II $4(m-3)^2 - 4(m-1)(m^2-9) \geq 0$

$(m-3)\left(m-3-(m-1)(m+3)\right) \geq 0$

$(m-3)(m-3-m^2-2m+3) \geq 0$

$(m-3)(-m^2-m) \geq 0$

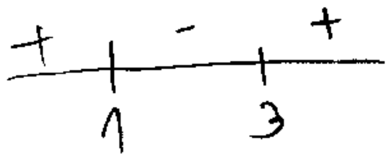
$$-m(m-3)(m+1) \geq 0$$



$$\boxed{m \leq -1 \qquad 0 \leq m \leq 3}$$

II $\quad 0 < \dfrac{2(m-3)}{(m-1)} < 1$

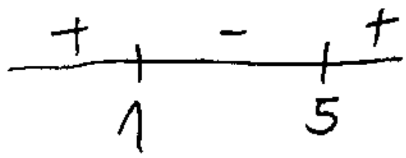
$$0 < \frac{2(m-3)}{m-1}$$



$$\boxed{m < 1 \text{ lt } m > 3}$$

$$\frac{2(m-3)-(m-1)}{(m-1)} < 0$$

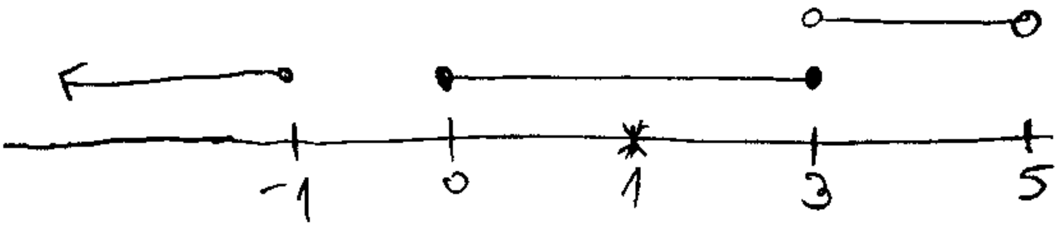
$$\frac{m-5}{m-1} < 0$$



$$\boxed{1 < m < 5}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{3 < m < 5}$$



$\Downarrow$

ϕ המצב המבוקש
לא אפשרי!

2) $a \neq 0 \Rightarrow m \neq 1$

$\Delta < 0$

$\Downarrow$

או $m > 3$

$-1 < m < 0$

$\Downarrow$

או $m > 3$

$-1 < m < 0$

$a = 0$

$m = 1$

$4t - 8 = 0$

$t = 2$

לא מדויק

k : 6 [illegible]

$$z^3 = 8$$

$$z^3 - 8 = (z - z_1)(z - z_2)(z - z_3)$$

$$z^3 + 0z^2 + 0z - 8 = z^3 - (z_1 + z_2 + z_3) z^2 + (z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_1 z_3) z - z_1 z_2 z_3$$

$$\Downarrow$$

$$z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_1 z_3 = 0$$

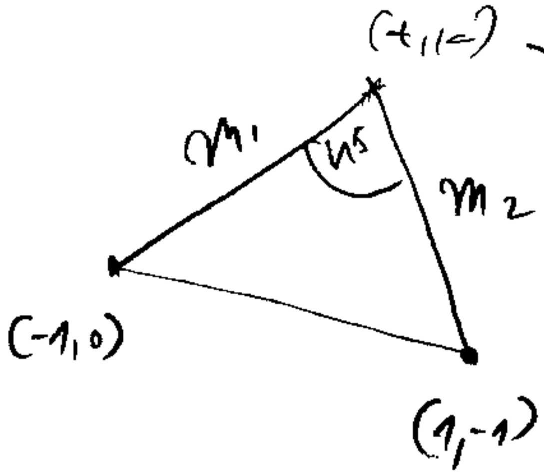
$$z_1 z_2 z_3 = 8$$

$$z_1(z_2 - 1) + z_2(z_3 - 1) + z_3(z_1 - 1) = ??$$

$$z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1 - (z_1 + z_2 + z_3) =$$

$$0 - 8 = -8$$

שאלה 6 סעיף ג':



$$\rightarrow (t, \tfrac{1}{2}t)$$

$$k = \tfrac{1}{2}t$$

$$2k = t$$

$$m_1 = \frac{k}{t+1} \qquad m_2 = \frac{k+1}{t-1}$$

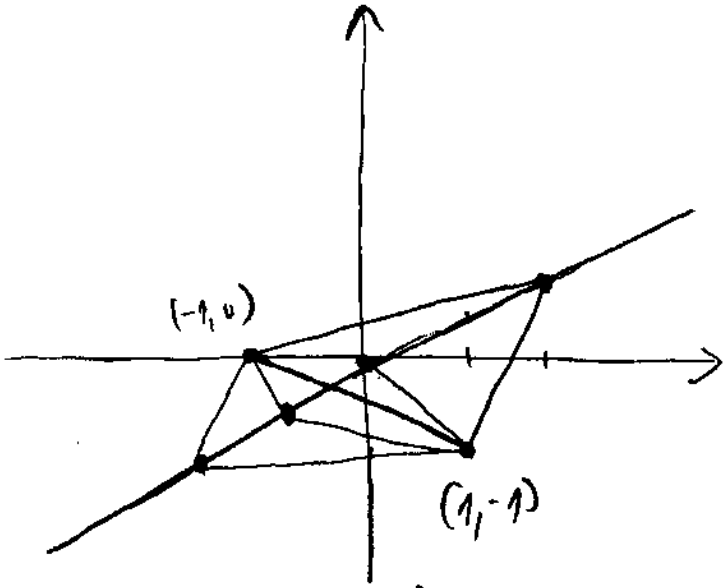
$$tg45 = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2}\right|$$

$$1 = \left|\frac{\frac{k}{t+1} - \frac{k+1}{t-1}}{1 + \frac{k}{t+1}\cdot\frac{k+1}{t-1}}\right| = \left|\frac{k(t-1)-(k+1)(t+1)}{(t+1)(t-1)+k(k+1)}\right|$$

$$|t^2-1+k^2+k| = |\cancel{kt}-k-\cancel{kt}-k-t-1|$$

$t^2-1+k^2+k = -2k-t-1$	$t^2-1+k^2+k = 2k+t+1$
$4k^2\cancel{-1}+k^2+k = -2k-2k\cancel{-1}$	$4k^2-1+k^2+k = 2k+2k+1$
$5k^2+5k = 0$	$5k^2-3k-2=0$
$k=0 \quad k=-1$	$5k^2-5k+2k-2=0$
	$5k(k-1)+2(k-1)=0$

$k=0$	$k=-1$	$k=1$	$k=-\frac{2}{5}$
$t=0$	$t=-2$	$t=2$	$t=-\frac{4}{5}$
$(0,0)$	$(-2,-1)$	$(2,1)$	$(-0.8,-0.4)$



קבלנו משולש קהה-זוית עם $135°$

התשובה הסופית תהיה

$$\boxed{(2,1) \quad \text{או} \quad (-2,-1)}$$

שאלה 6 - סעיף ג':

$a_1, a_2, a_3 \dots a_n$

$a_2 - a_1 = d$

$d \neq 0$

$a_1 \neq 0$

$$P(x) = \frac{x^n}{a_1 \cdot a_2} + \frac{x^{n-1}}{a_2 \cdot a_3} + \dots + \frac{x^2}{a_{n-1} \cdot a_n} - \frac{n-1}{a_1 \cdot a_n}$$

צ"ל:

$$P(1) = 0$$

$$P(1) = \frac{1}{a_1 \cdot a_2} + \frac{1}{a_2 \cdot a_3} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} \cdot a_n} - \frac{n-1}{a_1 \cdot a_n}$$

ננסה לפרק כל איבר בעל הביטוי $\frac{1}{a \cdot b}$ כך
שיהיה קל לסדרה חשבונית

$$\frac{1}{a \cdot b} = \frac{1}{a-b}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) = \frac{1}{b-a}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

$$\frac{1}{a_1 \cdot a_2} = \frac{1}{a_2 - a_1}\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}\right) = \frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}\right)$$

$$P(1) = \frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}\right) + \frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3}\right) + \dots + \frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n}\right) - \frac{n-1}{a_1 \cdot a_n}$$

$$P(1) = \frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_1} - \cancel{\frac{1}{a_2}} + \cancel{\frac{1}{a_2}} - \cancel{\frac{1}{a_3}} \cancel{+ \dots} + \cancel{\frac{1}{a_{n-1}}} - \frac{1}{a_n}\right) - \frac{n-1}{a_1 \cdot a_n}$$

$$P(1) = \frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_n}\right) - \frac{n-1}{a_1 \cdot a_n}$$

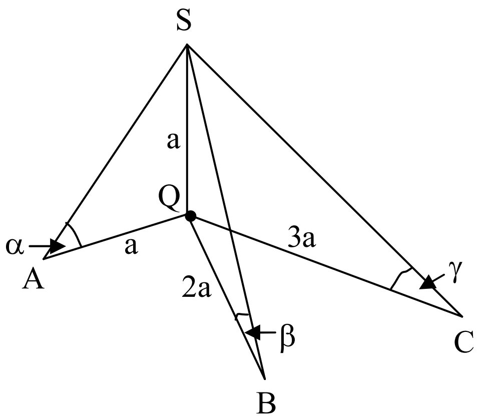
$$P(1) = \frac{1}{d}\left(\frac{a_n - a_1}{a_1 \cdot a_n}\right) - \frac{n-1}{a_1 \cdot a_n} = \frac{a_n - a_1 - dn + d}{d \cdot a_1 \cdot a_n}$$

$$P(1) = \frac{a_1 + (n-1)d - a_1 - dn + d}{d \cdot a_1 \cdot a_n} =$$

$$P(1) = \frac{\cancel{a_1} + \cancel{nd} - \cancel{d} - \cancel{a_1} - \cancel{nd} + \cancel{d}}{d \cdot a_1 \cdot a_n}$$

<u>פתרון גאומטריה – מבחן סימולציה מס׳ 2 גמר</u>

שאלה 7



$SQ = a$ עמוד

צל $\begin{cases} AQ = a \\ BQ = 2a \\ CQ = 3a \end{cases}$

$SQ \perp ABC \Leftarrow SQ \perp AQ\ ,BQ\ ,CQ$.

צ״ל $\alpha + \beta + \gamma = 90^o$

$\left(\gamma = \sphericalangle SCQ\ ,\beta = \sphericalangle SBQ\ ,\alpha = \sphericalangle SAQ\right)$

מהנתון: $\tan\alpha = 1\ ,\tan\beta = \frac{1}{2}\ ,\tan\gamma = \frac{1}{3}$.

$\alpha = 45^o$

$$\tan(\beta + \gamma) = \frac{\tan\beta + \tan\gamma}{1 - \tan\beta \cdot \tan\gamma} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} =$$

$$= \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1 \Rightarrow \beta + \gamma = 45^o$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 45^o + 45^o = \boxed{90^o}$$

שאלה 8

$$\cos(\sin x)-\sin(\cos x)>0$$ (מעבר לפי $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$)

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\sin x\right)-\sin(\cos x)>0$$ (מעבר לפי נוסחה $\sin\alpha-\sin\beta$)

$$\cancel{2}\sin\frac{\frac{\pi}{2}-\sin x-\cos x}{2}\cdot\cos\frac{\frac{\pi}{2}-\sin x+\cos x}{2}>0$$ (מעבר לפי נוסחה $\sin x\pm\cos x$)

$$\sin\frac{\frac{\pi}{2}-\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)}{2}\cdot\cos\frac{\frac{\pi}{2}-\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{2}>0$$

שתי הזוויות הן מהצורה:

$$\frac{\frac{\pi}{2}-\sqrt{2}\sin\alpha}{2}$$

נבחן את מיקומן במעגל.

$$-1\le\sin\alpha\le1 \quad\Leftarrow\quad -\sqrt{2}\le-\sqrt{2}\sin\alpha\le\sqrt{2} \quad\Leftarrow$$

$$\Leftarrow\quad \frac{\pi}{2}-\sqrt{2}\le\frac{\pi}{2}-\sqrt{2}\sin\alpha\le\frac{\pi}{2}+\sqrt{2}$$

$$\Leftarrow\quad \frac{\frac{\pi}{2}-\sqrt{2}}{2}\le\frac{\frac{\pi}{2}-\sqrt{2}\sin\alpha}{2}\le\frac{\frac{\pi}{2}+\sqrt{2}}{2}$$

$$\left(\frac{\frac{\pi}{2}+\sqrt{2}}{2}\approx\frac{1.57+1.4}{2}\ ,\ \frac{\frac{\pi}{2}-\sqrt{2}}{2}\approx\frac{1.57-1.4}{2}\right)$$

כלומר, הזוויות הן ברביע I ולכן sin ו- cos שלהן חיוביים והביטוי >0.

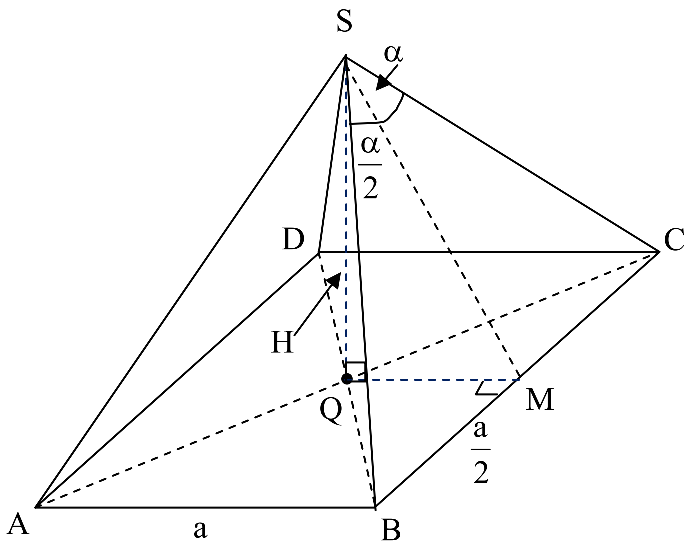
שאלה 9

א.

$0^o < \alpha < 90^o$

(כאשר $AB \to 0$ גם $SB \to H$ $\Leftarrow$ $\alpha \to 0^o$,

כאשר $AB \to \infty$ $\Leftarrow$ $\alpha \to 90^o$)



ב.

נסמן $AB = a$.

נעביר $QM \perp BC$, SM

(גבהים ותיכונים במש"ש –

M אמצע BC)

$\Leftarrow \quad QM = BM = MC = \frac{a}{2}$

(תיכון ליתר ב ΔBQC)

$$\Delta SBM: \qquad \tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{SM} \Rightarrow SM = \frac{a}{2\tan\frac{\alpha}{2}}$$

$$\Delta SQM: \qquad H^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = SM^2$$

(השוואת SM^2) $\Leftarrow$ $\left(\frac{a}{2\tan\frac{\alpha}{2}}\right)^2 = H^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Leftarrow \quad \Leftarrow a^2 = \frac{H^2}{\frac{1}{4\tan^2\frac{\alpha}{2}} - \frac{1}{4}}$

$$V = \frac{a^2 \cdot H}{3} = \frac{H^2 \cdot 4\tan^2\frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{H}{3} = \frac{4H^3}{3} \cdot \frac{\frac{\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\cancel{\cos^2\frac{\alpha}{2}}}}{\frac{\cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}}{\cancel{\cos^2\frac{\alpha}{2}}}} = \boxed{\frac{4H^3}{3} \cdot \frac{\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}}$$