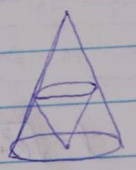
חרוט

$\frac{3.22}{9}$ (א)



נסמן ב- R את רדיוס הבסיס החרוט הגדול
וב- H את גובהו. ב- r את רדיוס החרוט
הקטן וב- h את גובהו.
עפ משפט תאלס:

$$\frac{2r}{2R}=\frac{H-h}{H}$$

$$r=\frac{R(H-h)}{H}=R-\frac{Rh}{H}$$

$$f=V=\frac{\pi r^2h}{3}=\frac{\pi h}{3}\left(R-\frac{Rh}{H}\right)^2=\frac{\pi h}{3}R^2\left(1-\frac{h}{H}\right)^2=\frac{\pi h}{3}R^2\left(1-\frac{2h}{H}+\frac{h^2}{H^2}\right)=$$

$$=\frac{\pi hR^2}{3}-\frac{2\pi R^2h^2}{3H}+\frac{\pi h^3R^2}{3H^2}$$

נגזור ונשווה לאפס (עפ h)

$$f'=\frac{\pi R^2}{3}-\frac{4\pi R^2h}{3H}+\frac{3\pi R^2h^2}{3H^2}$$

$$\frac{\pi R^2}{3}+\frac{3\pi R^2h^2}{3H^2}=\frac{4\pi R^2h}{3H}\quad /:\frac{3H^2}{\pi R^2}$$

$$H^2+3h^2=4hH\longrightarrow 3h^2-4hH+H^2=0$$

$$\cancel{h=H}\qquad\boxed{\begin{array}{l}h=\frac{1}{3}H\\ r=\frac{2}{3}R\end{array}}$$

$\frac{1}{6}H$	$\frac{1}{3}H$	$\frac{2}{3}H$
+ ↗	0	− ↘

$$f\left(\tfrac{1}{3}H\right)=\frac{4\pi R^2H}{27}=\frac{4}{27}V_{\text{החרוט הגדול}}$$

(ב) $\cancel{\frac{h_1}{H}=\frac{R_1}{R}}$ $\cancel{\pi R_1 l_1=\pi R l}$

נסמן את גובה החרוט הגדול ב- h_1
ואת רדיוסו ב-: R_1, l_1
עפ תאלס

$$\frac{R_1}{R}=\frac{l_1}{l}=x\quad\xrightarrow{\text{מהדמיון}}\quad x^2=\frac{\pi R_1l_1}{\pi Rl}=\frac{1}{2}$$

$$x=\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$V=\frac{1}{3}\pi R_1^2H_1=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{R}{\sqrt2}\right)^2\cdot\frac{H}{\sqrt2}=\frac{\pi R^2H}{6\sqrt2}=\frac{\sqrt2\pi R^2H}{12}=\frac{\sqrt2}{4}\cdot\frac{\pi R^2H}{3}=\frac{\sqrt2}{4}V$$