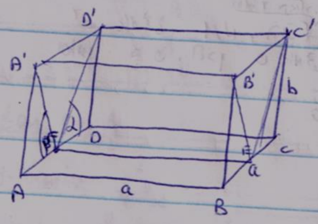
3.10
8



תיבה

$\alpha = 2\beta$

(א)

$\frac{CC'}{EC} = \tan\alpha \to EC = \frac{b}{\tan\alpha}$

$\frac{BB'}{BE} = \tan\beta \to BE = \frac{b}{\tan\beta}$

$a = BC = EC + BE = \frac{b}{\tan\alpha} + \frac{b}{\tan\beta} = b\left(\frac{1}{\tan\alpha} + \frac{1}{\tan\beta}\right)$

$\frac{a}{b} = \frac{1}{\tan 2\beta} + \frac{1}{\tan\beta} = \frac{1-\tan^2\beta}{2\tan\beta} + \frac{1}{\tan\beta}$

$\frac{a}{b} = \frac{1-\tan^2\beta + 2}{2\tan\beta} = \frac{3-\tan^2\beta}{2\tan\beta}$

נסמן $\tan\beta = x$

$\frac{a}{b} = \frac{3-x^2}{2x} \to 2ax = 3b - bx^2 \to bx^2 + 2ax - 3b = 0$

$x_{1,2} = \frac{-2a \pm \sqrt{4a^2+12b^2}}{2b} = \frac{-a \pm \sqrt{a^2+3b^2}}{b}$

β זווית חדה ולכן הפתרון הוא $\frac{\sqrt{a^2+3b^2}-a}{b}$

$(\tan\beta > 0)$

(ב) נחסר מנפח התיבה את 2 המנסרות A'B'EFBA ו D'C'CDFE

$V = a^2b - \frac{b \cdot BE \cdot a}{2} - \frac{b \cdot EC \cdot a}{2} = a^2b - \frac{ab}{2}(BE+EC) = a^2b - \frac{a^2b}{2} = \frac{a^2b}{2}$