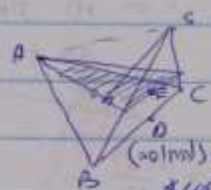
3.59 (א)



DO צלע משותפת

$\measuredangle SOD = 90 = \measuredangle ODC$

נעביר גובה במשולש החדש ונסמן את נק' המפגש

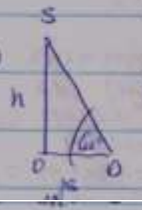
עם הפאה SBC ב-E. $\Leftarrow \measuredangle BDE = 60^\circ$

הבסיס משולש שווה צלעות, O מרכז המעגל החוסם (והחסום)

לכן OC חוצה זווית $\Leftarrow \measuredangle OCD = 30^\circ \Leftarrow \measuredangle COD = 60^\circ$

$\triangle SOD \cong \triangle DOC$ (S.A.S)

(ב)



$OD = \frac{h}{\tan 60} = \frac{h}{\sqrt{3}} \qquad OD = \frac{1}{3}AD \rightarrow AD = \sqrt{3}h$

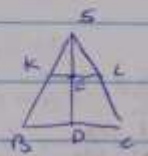
$\frac{\sqrt{3}AB}{2} = AD \rightarrow AB = \frac{2AD}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}h}{\sqrt{3}} \rightarrow \boxed{AB = 2h}$

$SD = \frac{2h}{\sqrt{3}}$

$S_{\text{כולל}} = S_{ABC} + 3S_{SBC} = \frac{\sqrt{3}}{4}(2h)^2 + 3\cdot\frac{BC\cdot SD}{2} = \sqrt{3}h^2 + 3\cdot\frac{2h\cdot\frac{2h}{\sqrt{3}}}{2}$

$= \sqrt{3}h^2 + 2\sqrt{3}h^2$

(ג)

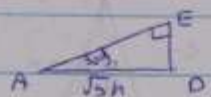


$\frac{SE}{SD} = \frac{KL}{BC}$

$SE = SD - DE$

$SE = \frac{2h}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}h}{2} = \frac{h}{2\sqrt{3}}$

$\frac{\frac{h}{2\sqrt{3}}}{\frac{2h}{\sqrt{3}}} = \frac{KL}{2h} \rightarrow \boxed{KL = \frac{h}{2}}$



$AE = \frac{3h}{2} \quad DE = \frac{\sqrt{3}h}{2}$

שטח המשולש המקווקו" $\frac{KL\cdot AE}{2} = \frac{h}{4}\cdot\frac{3h}{2} = \frac{3h^2}{8}$

נפח החלק העליון $V_1 = \frac{1}{3}\cdot\frac{3h^2}{8}\cdot SE = \frac{h^3}{16\sqrt{3}}$

נפח הפירמידה כולה: $V = \frac{1}{3}\cdot S_{ABC}\cdot SO = \frac{1}{3}\cdot\frac{(2h^2)\sqrt{3}h}{4} = \frac{h^3}{\sqrt{3}}$

$\frac{\text{חלק עליון}}{\text{חלק תחתון}} = \frac{V_1}{V - V_1} = \frac{\frac{h^3}{16\sqrt{3}}}{\frac{h^3}{\sqrt{3}} - \frac{h^3}{16\sqrt{3}}} = \frac{\frac{h^3}{16\sqrt{3}}}{\frac{h^3}{\sqrt{3}}\left(1 - \frac{1}{16}\right)} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{15}{16}} = \frac{1}{15}$