

$$\frac{1}{(119)} \textcircled{1} \underbrace{\frac{2}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{2}{(n+1)(n+2)} + \frac{2}{(n+2)(n+3)}}_{\frac{n}{n+2} + \frac{2}{(n+2)(n+3)}} \stackrel{?}{=} \frac{n+1}{n+3} \Rightarrow \frac{(n+2)(n+1)}{(n+2)(n+3)}$$

נסו להבין שדמיון האופן הבדלי הוא $(n+1)(n+2)$ ונצטרך להוסיף 2 (הראשון והאחרון הם 2)

$$870 = (n+1)(n+2) = n^2 + 3n + 2 \rightarrow \boxed{n=28}$$

$$42 = (n+1)(n+2) = n^2 + 3n + 2 \rightarrow \boxed{n=5}$$

$$\frac{2}{42} + \dots + \frac{2}{870} = S_{28} - S_4 = \frac{28}{28+2} - \frac{4}{4+2} = \frac{28}{30} - \frac{4}{6} = \frac{28}{30} - \frac{4}{6} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

↑
סה"כ של
 $n=4$

←
סה"כ של $n=28$

(*)
||
נבדק עבור $n+2$ (הוא 15)

$$\begin{aligned} \frac{2}{(119)} \textcircled{2} & 2^2 - 4^2 + (2n)^2 - (2n+2)^2 + (2n+4)^2 - (2n+6)^2 = -2(n+3)(n+4) \\ & -2(n+1)(n+2) + 4(n+2)^2 - 4(n+3)^2 = -2(n+2)[(n+1) + (n+4)] - 4(n+3)^2 \\ & -2(n+2)(-n-3) - 4(n+3)^2 = 2(n+2)(n+3) - 4(n+3)^2 = 2(n+3)[(n+2) - (2n+6)] = \\ & 2(n+3)(-n-4) = -2(n+3)(n+4) = (*) \end{aligned}$$

נסו להבין את הסכום של -40^2 או 22^2 ונסו להבין את הסכום של $-840 - (-220) = -620$

$$n=9: 2^2 - 4^2 + \dots + 18^2 - 20^2 = -2(9+1)(9+2) = -220$$

$$n=19: 2^2 - 4^2 + \dots + 38^2 - 40^2 = -2(19+1)(19+2) = -840$$

$$\left. \begin{array}{l} n=9: \dots \\ n=19: \dots \end{array} \right\} -840 - (-220) = -620$$

$$\frac{3}{(119)} \textcircled{1} a_n = n \cdot (3n+2) = 3n^2 + 2n$$

האיבר הראשון הוא n
האיבר השני הוא סדרה: $a_1 = 5, d = 3$

$$\textcircled{2} 1 \cdot 5 + 2 \cdot 8 + \dots + n(3n+2) + (n+1)(3n+5) \stackrel{?}{=} \frac{n+1}{2} (n+2)(2n+5)$$

$$\frac{n}{2} (n+1)(2n+3) + (n+1)(3n+5) = \frac{n+1}{2} (2n^2 + 3n + 6n + 10)$$

$$\textcircled{3} 705 = n(3n+2) = 3n^2 + 2n \rightarrow \boxed{n=15}$$

נצטרך להוסיף 2

סה"כ של 15 האיברים הראשונים הוא:

$$\frac{15}{2} (15+1)(30+3) = \frac{15 \cdot 16 \cdot 33}{2} = 3960$$