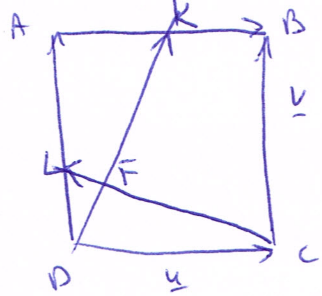
27
(640)



א.
$\vec{AK} = t\vec{AB} = t\underline{u}$
$\vec{DL} = t\vec{DA} = t\underline{v}$

$\vec{DK} = \vec{DA} + \vec{AK} = \underline{v} + t\underline{u}$
$\vec{CL} = \vec{CD} + \vec{DL} = -\underline{u} + t\underline{v}$

$0 = \vec{DK} \cdot \vec{CL} = (\underline{v} + t\underline{u}) \cdot (-\underline{u} + t\underline{v}) =$
$0 = -\underline{u}\underline{v} - t\underline{u}^2 + t\underline{v}^2 + t^2\underline{u}\underline{v}$
$t\underline{u}^2 = t\underline{v}^2 \rightarrow |v| = |u|$

מלבן שבו 2 צלעות סמוכות שוות הוא ריבוע

ב. נסמן F מחלקת את $\vec{DK}$ ביחס s
" " $\vec{CL}$ " p

$\vec{DF} = s\vec{DK}$
$\vec{CF} = p\vec{CL}$

נביע את $\vec{DF}$ בשתי דרכים:

$\vec{DF} = \vec{DL} + \vec{LF} = t\vec{DA} + (1-p)\vec{LC}$
$= t\underline{v} + (1-p)(\vec{LD} + \vec{DC})$
$= t\underline{v} + (1-p)(-t\underline{v} + \underline{u}) =$
$(t - t + pt)\underline{v} + (1-p)\underline{u} = pt\underline{v} + (1-p)\underline{u}$

$\vec{DF} = s\vec{DK} = s(\vec{DA} + \vec{AK}) = s(\underline{v} + t\underline{u}) = s\underline{v} + st\underline{u}$

נשווה בין 2 הבעות:

$pt\underline{v} + (1-p)\underline{u} = s\underline{v} + st\underline{u}$

$$\begin{cases} pt = s \\ 1-p = st \end{cases}$$

$1-p = pt^2 \rightarrow p(t^2+1) = 1 \rightarrow p = \frac{1}{t^2+1}$

$CF : FL = \frac{p}{1-p} = \frac{\frac{1}{t^2+1}}{1-\frac{1}{t^2+1}} = \frac{\frac{1}{t^2+1}}{\frac{t^2+1-1}{t^2+1}} = \frac{\frac{1}{t^2+1}}{\frac{t^2}{t^2+1}} = \frac{1}{t^2}$

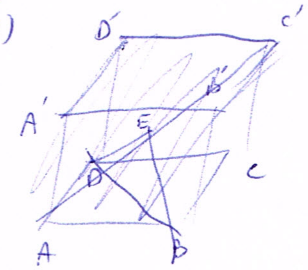
$s = pt = \frac{t}{t^2+1}$

$DF : FK = \frac{s}{1-s} = \frac{\frac{t}{t^2+1}}{1-\frac{t}{t^2+1}} = \frac{\frac{t}{t^2+1}}{\frac{t^2+1-t}{t^2+1}} = \frac{t}{t^2-t+1}$

ג.
$\frac{1}{t^2} = \frac{t}{t^2-t+1} \rightarrow t^2 - t + 1 = t^3$
$1 - t = t^3 - t^2 = t^2(t-1)$
$(1-t)(1-t^2)$
$t = 1, \ t = -1$

עבור $t=1$ מתקבל ש K מתלכדת עם B ! L עם A. ושני האלכסונים
LC ו- KD כמובן מאונכים לזה (אלכסון).
עבור $t=-1$ מתקבל שהמשכי הישרים KD ו- LC מאונכים לזה.

28
(640)



א. $\vec{AG} = t\vec{AC'} = t(AB+BB'+B'C') = tu + tw + tv$

ב. הווקטורים AB ו AD, AE, AG מתחילים
ב- A וקצותיהם במישור BDE לכן מתקיים.

$AG = aAB + bAD + cAE = au + bv + \frac{1}{2}cw$

כאשר $a+b+c=1$

ג. נשווה בין 2 ההצגות של AG.

$au + bv + \frac{1}{2}cw = tu + tv + tw$

$$\begin{cases} a = t \\ b = t \\ \frac{1}{2}c = t \end{cases}$$

$1 = a+b+c = t+t+2t \to t = \frac{1}{4}$

והיחס הוא $\frac{1/4}{3/4}$ כלומר 1:3.

ד. $\vec{EG} = \vec{GA} + \vec{AE} = -\frac{1}{4}\vec{AC'} + \frac{1}{2}w = -\frac{1}{4}u - \frac{1}{4}v - \frac{1}{4}w + \frac{1}{2}w$
$= -\frac{1}{4}u - \frac{1}{4}v + \frac{1}{4}w$

$\vec{A'C} = \vec{A'A} + \vec{AB} + \vec{BC} = -w + u + v$

כלומר שני הווקטורים $\vec{EG}$ ו $\vec{A'C}$ מקבילים

$\frac{|\vec{EG}|}{|\vec{A'C}|} = \frac{\sqrt{\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}}}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{\sqrt{\frac{3}{16}}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

לכן הוקטור $\vec{A'C}$ גדול פי 4 מ $\vec{EG}$

$\vec{CG} = a\vec{A'E} + b\vec{EG} + c\vec{A'C}$ והוכחנו $\vec{A'E} = -\frac{1}{2}w$, הראנו ש...

$a+b+c=1$

לכן הם באותו מישור.

ה. $\vec{GC} = \vec{GA} + \vec{AB} + \vec{BC} = -\frac{1}{4}w - \frac{1}{4}v - \frac{1}{4}u + u + v = \frac{3}{4}u + \frac{3}{4}v - \frac{1}{4}w$

$\frac{3}{4}|\vec{A'A}| = |\vec{GC}| \to \frac{9}{16}w^2 = \frac{9}{16}u^2 + \frac{9}{16}v^2 + \frac{1}{16}w^2 \;/\cdot 16$

$9w^2 = 9u^2 + 9v^2 + w^2$

$8w^2 = 9u^2 + 9v^2 = 18u^2 \to w^2 = \frac{18}{8}u^2 = 2\frac{1}{4}u^2$

$|u| = |v|$

$|w| = 1\frac{1}{2}|u|$