

$$\underline{56} \quad 1 + 2q + 3q^2 + \dots + nq^{n-1} = S \quad \text{100}$$

$S(1-q)$ הכפלנו את שני הצדדים ב-1-q

$$\begin{aligned} S(1-q) &= (1 + 2q + 3q^2 + \dots + nq^{n-1})(1-q) = \\ &= (1 + 2q + 3q^2 + \dots + nq^{n-1}) - (q + 2q^2 + 3q^3 + \dots + nq^n) = \\ &= \underbrace{1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1}}_{\text{הסדרה חשבונית}} - nq^n = \end{aligned}$$

$$S(1-q) = \frac{q(q^n - 1)}{q - 1} - nq^n \quad /:$$

$$S(1-q) = \frac{1 - q^n}{1 - q} - nq^n \quad /: (1-q)$$

$$S = \frac{1 - q^n}{(1-q)^2} - \frac{nq^n}{1-q}$$