54

$$-\begin{cases} a_m = n^2 = a_1 + d(m-1) \\ a_n = m^2 = a_1 + d(n-1) \end{cases}$$

$$n^2 - m^2 = d(m-1-n+1)$$

$$n^2 - m^2 = d(m-n)$$

$$(n-m)(n+m) = -d(n-m) \quad /:(n-m)$$

$$\boxed{n+m=-d}$$

נציב במשוואה הראשונה

$$n^2 = a_1 + d(m-1)$$

$$n^2 = a_1 - (m+n)(m-1)$$

$$n^2 = a_1 - m^2 - nm + m + n$$

$$\boxed{a_1 = n^2 + m^2 + nm - m - n}$$

נבדוק למה שווה $a_m + 2a_{n+m} + a_n$

$$a_n + 2a_{n+m} + a_m = m^2 + 2(a_1 + d(n+m-1)) + n^2 =$$

$$= m^2 + 2(n^2 + m^2 + nm - n - m - (n+m)(n+m-1)) + n^2 =$$

$$= m^2 + 2(\cancel{n^2} + \cancel{m^2} + \cancel{nm} - \cancel{n} - \cancel{m} - \cancel{n^2} - \cancel{nm} + \cancel{n} - mn - \cancel{m^2} + \cancel{m}) + n^2 =$$

$$= m^2 + 2(-nm) + n^2 = m^2 - 2nm + n^2 = (m-n)^2$$

נתון $m \neq n$ לכן הביטוי הנ"ל תמיד חיובי