1.

נסמן ב- t את הזמן
שעבר מרגע היציאה
של רכב III עד שפגש את I

	מהירות	זמן	דרך
פגישה: רכב I	7.5	$t+\frac{1}{3}$	$7.5(t+\frac{1}{3})$
פגישה: רכב III	$\frac{7.5(t+\frac{1}{3})}{t}$	t	$7.5(t+\frac{1}{3})$
פגישה: רכב I	6	$t-\frac{2}{3}$	$6(t-\frac{2}{3})$
פגישה: רכב III	$\frac{7.5(t+\frac{1}{3})}{t}$	$t-1$	$(t-1)\frac{7.5(t+\frac{1}{3})}{t}$

$$6(t-\tfrac{2}{3}) = (t-1)\frac{7.5}{t}(t+\tfrac{1}{3}) \quad /:1.5$$

$$4(t-\tfrac{2}{3}) = \frac{5}{t}(t-1)(t+\tfrac{1}{3})$$

$$4t-\tfrac{8}{3} = \frac{5}{t}(t^2-\tfrac{2}{3}t-\tfrac{1}{3}) \quad /\cdot 3t$$

$$12t^2-8t = 15t^2-10t-5$$

$$0 = 3t^2-2t-5$$

$$\boxed{t=\frac{5}{3}}$$

~~$t=-1$~~

2. (א)

$$a_{n+2} = a_{n+1}+d$$

$$a_n = a_{n+1}-d$$

$$216 = a_{n+2}^2 - a_n^2 = (a_{n+2}-a_n)(a_{n+2}+a_n) = 2d(2a_{n+1}) \quad /:4$$

$$\boxed{54 = d\,a_{n+1}}$$

$$54 = a_n+a_{n+1}+a_{n+2} = 3a_{n+1} \rightarrow \boxed{\begin{matrix} a_{n+1}=18 \\ d=3 \end{matrix}}$$

$$\boxed{a_n = a_{n+1}-d = 15}$$

(ב)

$$a_5 = a_1+4d = -21+12 = -9$$

הסדרה החדשה, המקומות שבה הן איברים בסדרה
חשבונית שהפרש 4 נמצא כמה איברים בסדרה:

$$4k+1 = 5+4(\bar{n}-1)$$

$$4k-4 = 4(\bar{n}-1) \quad /:4$$

$$k-1 = \bar{n}-1$$

$$\boxed{k=\bar{n}}$$

יש א איברים בסדרה
הפרש הסדרה החדשה:

$$4d = 12$$

$$S_k = 450 = \frac{k}{2}\left[2a_5 + 12(k-1)\right]$$

$$900 = k\left[-18 + 12k - 12\right] = 12k^2 - 30k \quad /:6$$

$$2k^2 - 5k - 150 = 0$$

$$\boxed{k = 10}$$

(מספר האברים הוא מס' טבעי) ~~$k = -7.5$~~

(3)

$$p(\text{א} \mid \text{בנות}) = \frac{3}{4} = \frac{p(\text{בנות} \cap \text{א})}{p(\text{א})}$$

$$p(\text{ב} \mid \text{בנות}) = \frac{1}{10} = \frac{p(\text{בנות} \cap \text{ב})}{p(\text{בנות})} \rightarrow p(\text{בנות} \cap \text{ב}) = \frac{1}{25}$$

$$p(\text{בנות}) = \frac{2}{5}$$

$$p(\text{בנות}) = p(\text{בנות} \cap \text{ב}) + p(\text{בנות} \cap \text{א})$$

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{25} + p(\text{בנות} \cap \text{א}) \rightarrow p(\text{בנות} \cap \text{א}) = \frac{9}{25}$$

$$p(\text{א}) = \frac{\frac{9}{25}}{\frac{3}{4}} = \frac{36}{75} = \frac{12}{25}$$

	בת	בן	
$\frac{12}{25}$	0.36	0.12	א
$\frac{13}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{12}{25}$	ב
1	0.4	0.6	

(א)

$$p(\text{א}) = \frac{12}{25} = 0.48$$

(ב)

$$p(\text{א} \cap \text{בת}) = 0.36$$

$$p(\text{א}) = \frac{12}{25} \qquad p(\text{בת}) = 0.4 \qquad p(\text{א}) \cdot p(\text{בת}) = \frac{12}{25} \cdot 0.4 = \frac{24}{125} = 0.192$$

שונה, לכן המאורעות תלויים

(ג)

$$0.99 = 1 - p(\text{אף אחת לא בחרה א}) = 1 - \binom{n}{n}\left(\frac{1}{10}\right)^n$$

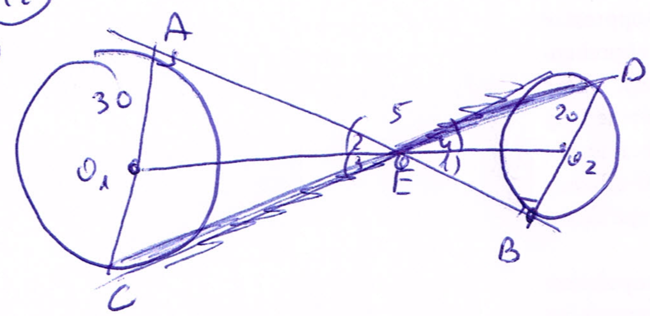
$$0.01 = 0.1^n$$

$$n = 2$$

לכן 2 בנות.

4. (a)

(1)



$\angle A = \angle B = 90$

(קודקודיות) $\angle E_1 = \angle E_2$ $\Rightarrow \triangle AO_1E \sim \triangle BO_2E$ (ז.ז)

$$\frac{EO_2}{EO_1} = \frac{BO_2}{AO_1} = \frac{20}{30}$$

נסמן: $EO_2 = x$

$$\frac{x}{90-x} = \frac{2}{3}$$

$$3x = 180 - 2x$$

$$\boxed{x = 36}$$

$$\frac{O_1E}{O_1C} = \frac{54}{30} = 1.8$$

(2) $\angle EO_2B = \angle AO_1E$ (מהדמיון)

$\Downarrow$

$\angle CO_1E = \angle EO_2D$ (משלימה ל-180°)

$$\frac{20}{30} = \frac{O_2D}{O_1C} = \frac{EO_2}{EO_1}$$

$\Downarrow$

(צ.ז.צ) $\triangle EO_1C \sim \triangle EO_2D$

מהדמיון בסעיף הקודם מתקבל

(3) $\angle E_4 = \angle E_3$

$\Downarrow$

(חוצי זוויות שווה) $\angle E_4 + \angle E_1 = \angle E_2 + \angle E_3$

$\Downarrow$

O_1EO_2 קטע מרכזים לכן

$\angle E_5 = 180 - \angle E_2 - \angle E_4$

$\angle E_6 = 180 - \angle E_1 - \angle E_3$

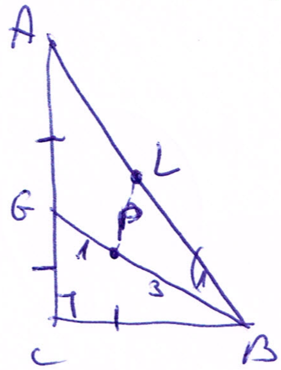
(זוויות) $\angle CED = \angle E_3 + \angle E_2 + \angle E_5 = \angle E_3 + \angle E_2 + 180 - \angle E_2 - \angle E_4$

$180° = \angle CED$

$\Downarrow$

CD ישר, שעובר בנקודה E.

5:



(ג)

משולש CGB הוא ישר זווית ←

לכן $GB = 2R$ (זווית היקפית ←

בת $90°$ נשענת על הקוטר)

נסמן $GC = CB = x$

$$x^2 + x^2 = (2R)^2 = 4R^2$$

$$x^2 = 2R^2$$

$$x = \sqrt{2}R$$

$$AC = 2GC = 2\sqrt{2}R$$

$AB = 2$ רדיוס המעגל החוסם את ACB (אותם נימוקים

כמו ב- GCB)

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 = (2\sqrt{2}R)^2 + (\sqrt{2}R)^2$$

$$AB^2 = 8R^2 + 2R^2 = 10R^2$$

$$AB = \sqrt{10}R$$

$$R_{ACB} = \frac{\sqrt{10}R}{2} = \sqrt{\frac{10}{4}}R = \sqrt{2.5}R$$

משפט הקוסינוס $\triangle AGB$

$$AG^2 = GB^2 + AB^2 - 2AB \cdot GB \cdot \cos\angle B_1$$

$$2R^2 = 4R^2 + 10R^2 - 2\sqrt{10}R \cdot 2R\cos\angle B_1 \quad /2R^2$$

$$1 = 2 + 5 - 2\sqrt{10}\cos\angle B_1$$

$$\frac{6}{2\sqrt{10}} = \cos\angle B_1$$

משפט הקוסינוס ב- PLB

$$PL^2 = PB^2 + LB^2 - 2PB \cdot LB \cdot \cos\angle B_1$$

$$PL^2 = \left(\frac{3}{4} \cdot 2R\right)^2 + 2.5R^2 - 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 2R \cdot \sqrt{2.5}R \cdot \frac{6}{2\sqrt{10}}$$

$$PL^2 = \frac{9R^2}{4} + \frac{5R^2}{2} - \frac{18}{4}R^2 = \frac{R^2}{4}$$

$$\boxed{PL = \frac{R}{2}}$$

.6

א (1)

$8-x^2 \geq 0$

$x^2 \leq 8$

$\boxed{-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}}$

(2) $f(0)=0 \qquad (0,0)$

$0 = x\sqrt{8-x^2}$

$x=0, \quad x=\pm\sqrt{8}$

$(\sqrt{8},0)$
$(-\sqrt{8},0)$
$(0,0)$

$g(0)=0 \qquad (0,0)$

$0=\sqrt{8x^2-x^4}$

$0 = 8x^2-x^4 = x^2(8-x^2)$

$x=0, \quad x=\pm\sqrt{8}$

אותם נק

ב

$f'(x) = \sqrt{8-x^2} - \frac{2x^2}{2\sqrt{8-x^2}}$

$0 = \sqrt{8-x^2} - \frac{2x^2}{2\sqrt{8-x^2}} = \frac{8-x^2-x^2}{\sqrt{8-x^2}}$

$8 = 2x^2$

$\boxed{x=\pm 2}$

max $(2, 4)$
min $(-2, -4)$

$-2\frac{1}{2}$	-2	-1	2	$2\frac{1}{2}$
−	0	+	0	−
↘	min	↗	max	↘

בציור נק הקצה נקבל שהן נק המקס והמינמם המוחלטות

~~$g'''(x) = \sqrt{8x^2-x^4} = \sqrt{x^2(8-x^2)} = x\sqrt{8-x^2}$~~

$g'(x) = \frac{16x-4x^3}{2\sqrt{8x^2-x^4}}$

$0 = 16x-4x^3 = 4x(4-x^2)$

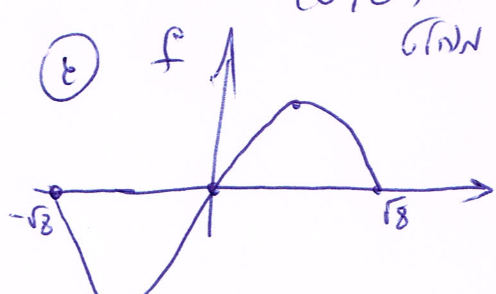
$x=0 \qquad x=\pm 2$

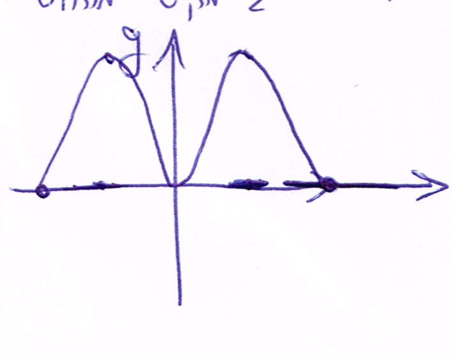
min $(0,0)$ max $(2,4)$ max $(-2,4)$

3 מינ מוחלט   2 מקס מוחלט

$-2\frac{1}{2}$	-2	-1	0	1	2	$2\frac{1}{2}$
+	0	−	0	+	0	−
↗	max	↘	min	↗	max	↘

ג





③ ~~k~~ g' לא מוגדרת ב-0

לכן גרף IV ו- III לא מתאימים

לפי סעיף ג ניתן לראות שהנגזרת

שלילית משמאל לאפס ולכן II לא מתאים.

גרף I

7. (א) (1) $x \neq \pm 1$

(2) $x = \pm 1$

$$y = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-4x+4}{x^2-1} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^2}{x^2} - \frac{4x}{x^2} + \frac{4}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{1}$$

(3) $f(0) = \frac{4}{-1} = -4 \qquad (0,-4)$

$0 = \frac{(x-2)^2}{x^2-1} \to x = 2 \qquad (2,0)$

(4) $$f'(x) = \frac{(2x-4)(x^2-1) - 2x(x^2-4x+4)}{(x^2-1)^2}$$

$0 = 2x^3 - 2x - 4x^2 + 4 - 2x^3 + 8x^2 - 8x$

$0 = 4x^2 - 10x + 4$

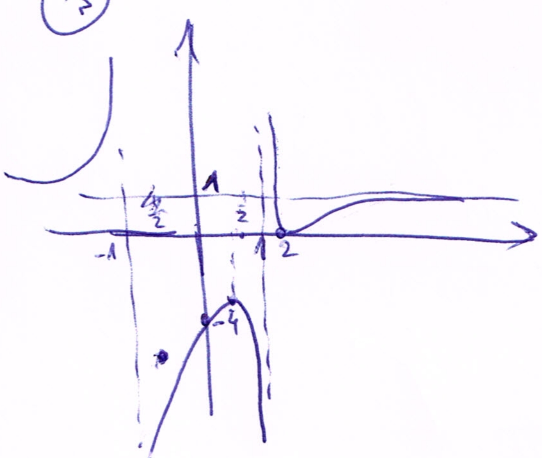
$0 = 2x^2 - 5x + 2$

$X_1 = 2 \quad min(2,0)$

$X_2 = 1/2 \quad max(\frac{1}{2},-3)$

-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	3
+		+	0	−		−	0	+
↗		↗	max	↘		↘	min	↗

(ד)



(ג) f' שלילית

$1 < x < 2$

$\frac{1}{2} < x < 1$

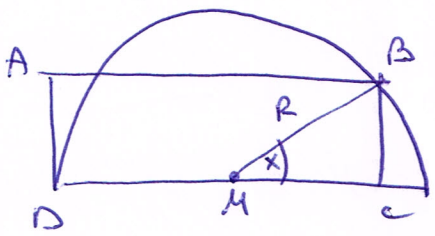
f'' חיובית

$x < -1$

$2 > x > 1$

לכן $\boxed{1 < x < 2}$

8 (יב)



$MC = R\cos x$

$DC = R + R\cos x$

$BC = R\sin x$

$S(x) = DC \cdot BC = R\sin x(R + R\cos x) = R^2(\sin x + \sin x\cos x)$
$= R^2(\sin x + \frac{1}{2}\sin 2x)$

$S'(x) = R^2(\cos x + \cos 2x)$

$0 = \cos x + 2\cos^2 x - 1$

$\cos x = -1 \rightarrow$ ~~$x = \pi$~~ $\rightarrow$ [illegible]

$\cos x = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{6}$

$S''(x) = -\sin x - 4\cos x\sin x = -\sin x - 2\sin(2x)$

$S''(\frac{\pi}{6}) < 0 \rightarrow$ [illegible]

$S(x)$ [illegible] $0 < x < \frac{\pi}{2}$ [illegible]

(ב)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (S(x) - 0)\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} R^2(\sin x + \frac{1}{2}\sin 2x)\,dx =$$

$$R^2\left(-\cos x - \frac{\cos 2x}{4}\Big|_0^{\pi/2}\right) = R^2\left(-0 + \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4}\right) = 1.5R^2$$