

$$(2x + 1)y' = 4x + 2y$$

ננרמל את המשוואה:

$$y' - \frac{2}{2x + 1}y = \frac{4x}{2x + 1}$$

גורם האינטגרציה הוא:

$$e^{\int -\frac{2}{2x+1}dx} = e^{-2\ln|2x+1|} = \frac{1}{2x+1}$$

נכפיל את המשוואה בגורם האינטגרציה ונקבל:

$$\frac{1}{2x+1}y' - \frac{2}{(2x+1)^2}y = \frac{4x}{(2x+1)^2}$$

$$(*) \left(\frac{1}{2x+1}y \right)' = \frac{4x}{(2x+1)^2}$$

צד שמאל נפתור ע"פ פירוק לשברים חלקיים:

$$\frac{4x}{(2x+1)^2} = \frac{A}{2x+1} + \frac{B}{(2x+1)^2} \rightarrow A = 2, B = -2$$

ולכן המשוואה (*) תראה:

$$\left(\frac{1}{2x+1}y \right)' = \frac{2}{2x+1} - \frac{2}{(2x+1)^2}$$

נפעיל אינטגרל על שני האגפים ונקבל:

$$\frac{1}{2x+1}y = \ln|2x+1| + \frac{1}{2x+1} + c$$

"נסדר" את הפתרון:

$$y = (2x + 1)[\ln|2x + 1| + c] + 1$$