

$$(xy' - 1)\ln x = 2y$$

$$xy' - 1 = \frac{2y}{\ln x}$$

$$y' - \frac{2y}{x\ln x} = \frac{1}{x}$$

גורם האינטגרציה הוא:

לפתרון האינטגרל נשתמש בשיטת ההצבה כאשר $\ln x = t, \frac{dx}{x} = dt$

$$e^{\int -\frac{2dx}{x\ln x}} = e^{\int -\frac{2td}{t}} = e^{-2\ln|t|} = e^{-2\ln|\ln x|} = \frac{1}{(\ln x)^2}$$

נכפיל את המשוואה בגורם האינטגרציה ונקבל:

$$\frac{1}{(\ln x)^2} y' - \frac{2y}{x(\ln x)^3} = \frac{1}{x(\ln x)^2}$$

$$\left(\frac{1}{(\ln x)^2} y \right)' = \frac{1}{x(\ln x)^2}$$

את האינטגרל של אגף ימין נפתור ע"י הצבה כאשר $\ln x = t, \frac{dx}{x} = dt$

$$\int \frac{1}{x(\ln x)^2} dx = \int \frac{1}{t^2} dt = -\frac{1}{t} + c = -\frac{1}{\ln x} + c$$

נחזור למשוואה ונפעיל על שני האגפים אינטגרל ונקבל:

$$\frac{1}{(\ln x)^2} y = -\frac{1}{\ln x} + c$$

"נסדר" את הפתרון:

$$y = -\ln x + c(\ln x)^2$$